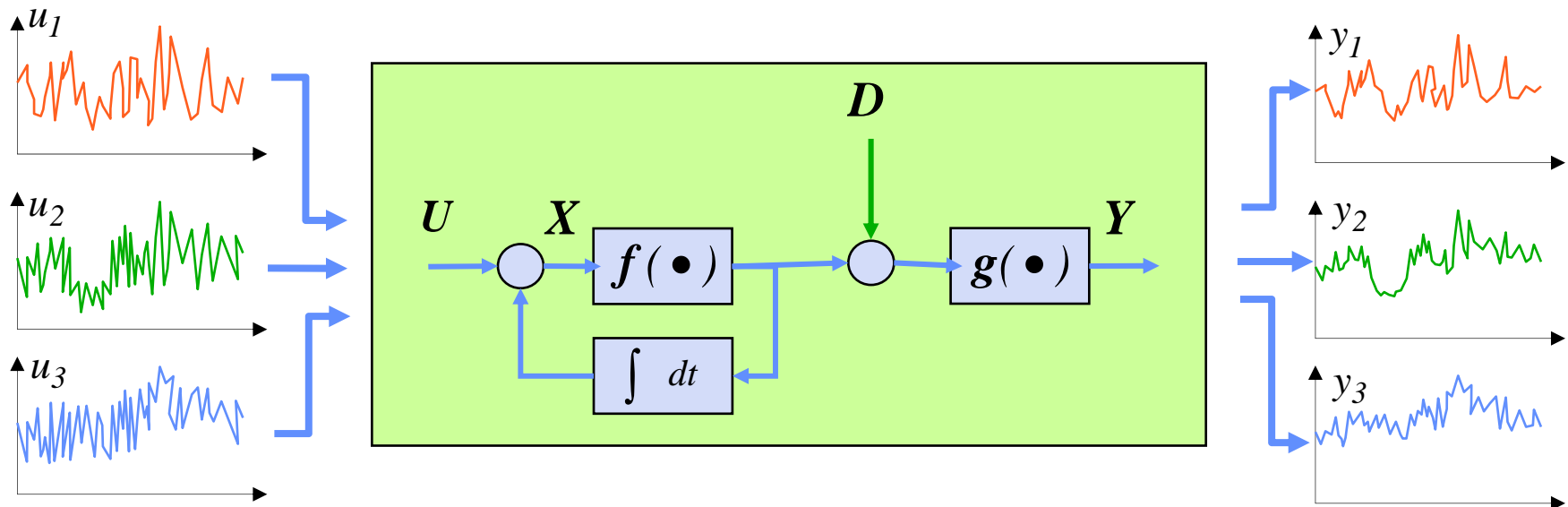


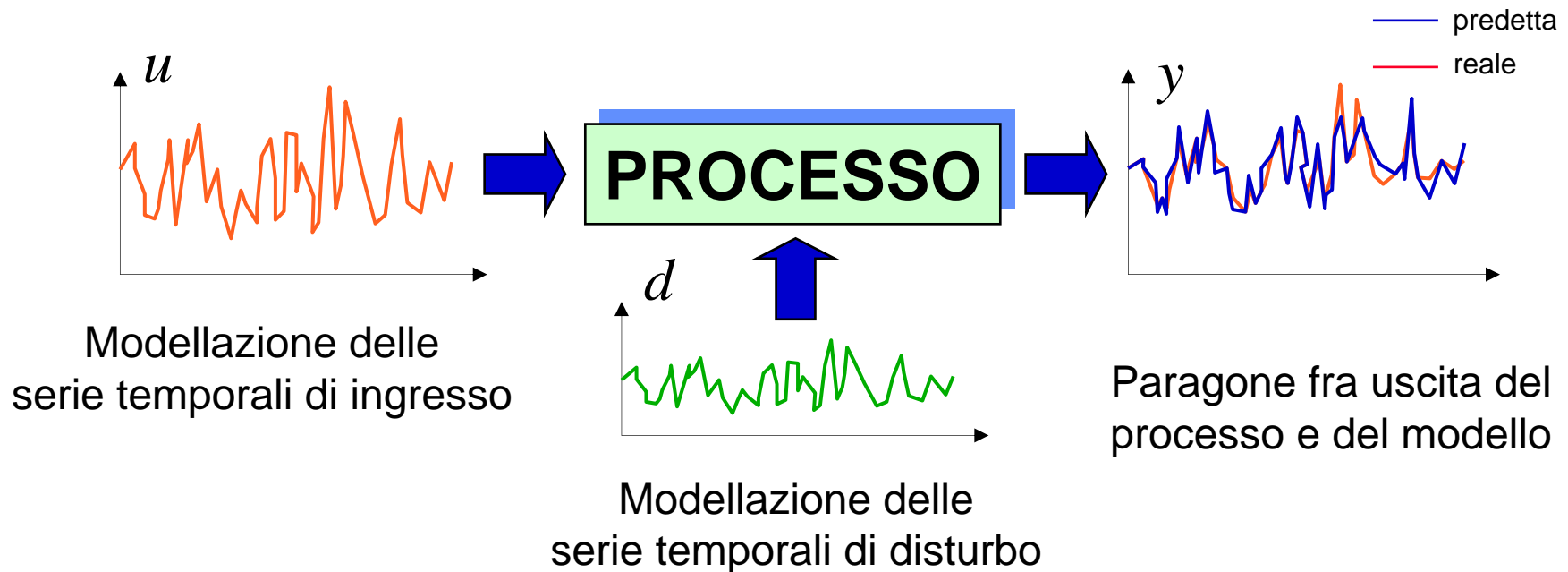
Concetti base di Modellistica

Criteri fondamentali
per la costruzione e l'uso
di modelli matematici

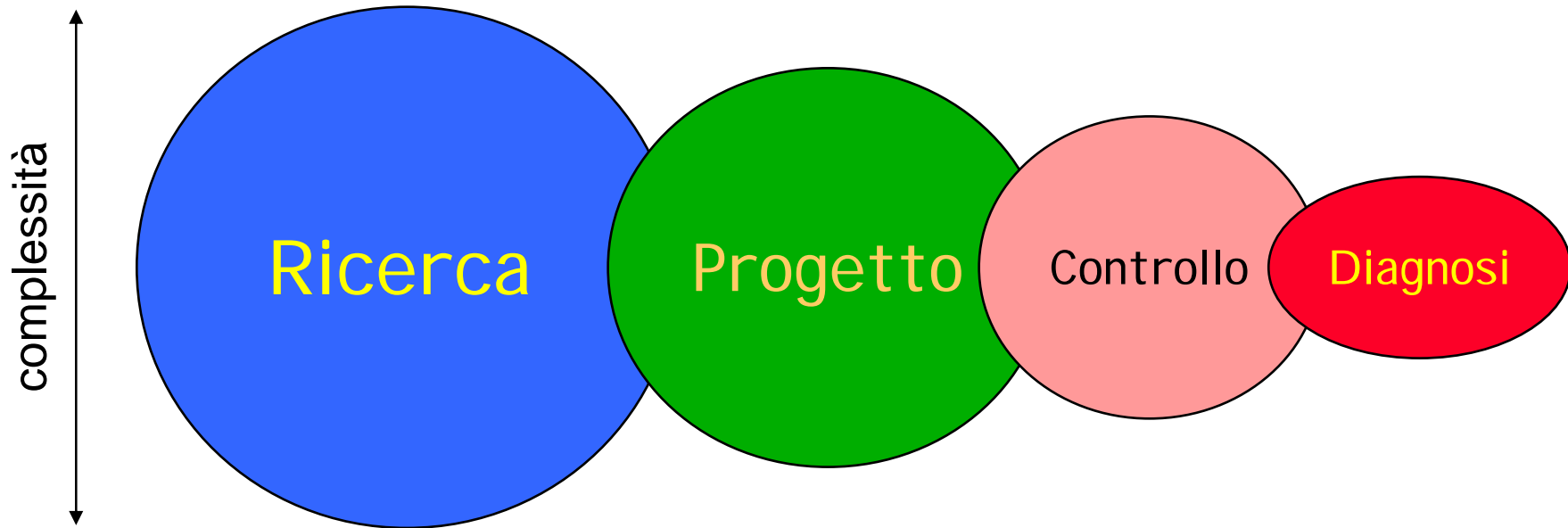


Scopo dei modelli matematici

- Predire il comportamento di processo nelle condizioni di esercizio o in situazioni anomale
- Questo implica la modellazione di
 - Dinamica di processo
E
 - Ingressi tipici (anche per i casi anomali)



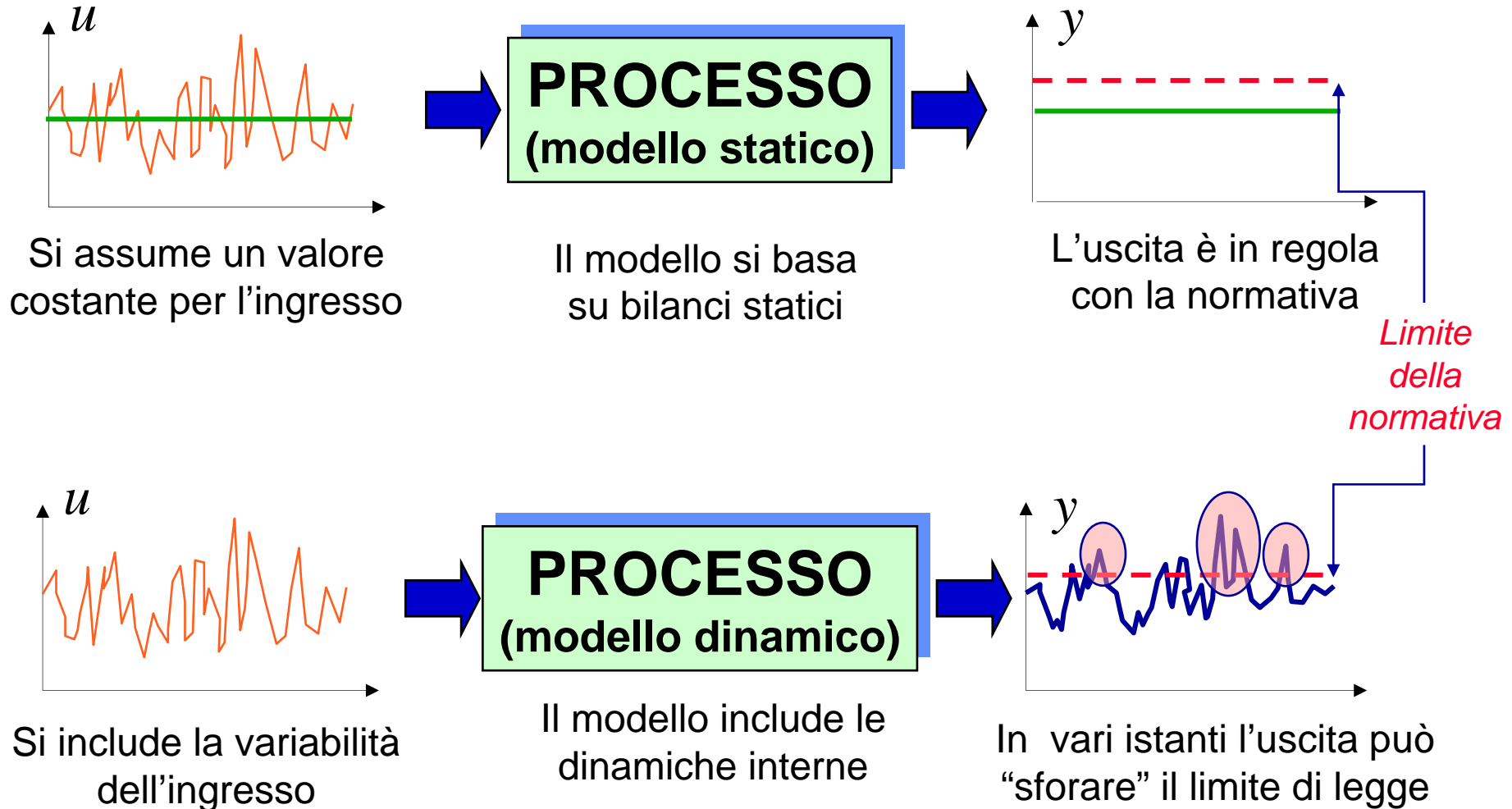
Tipi di modelli



- Ricerca:** acquisire maggiori conoscenze circa la natura del processo e spiegare in modo soddisfacente le osservazioni;
- Progetto:** insieme di relazioni utili per il dimensionamento, dati i valori medi dei parametri di funzionamento attesi;
- Controllo:** uso delle informazioni in linea per pilotare il processo verso uno stato soddisfacente, compatibile con i vincoli di emissione ed economicità;
- Diagnosi:** interpretare i comportamenti osservati delle variabili ed individuare comportamenti anomali o segni precoci di guasti.

Limiti del progetto statico

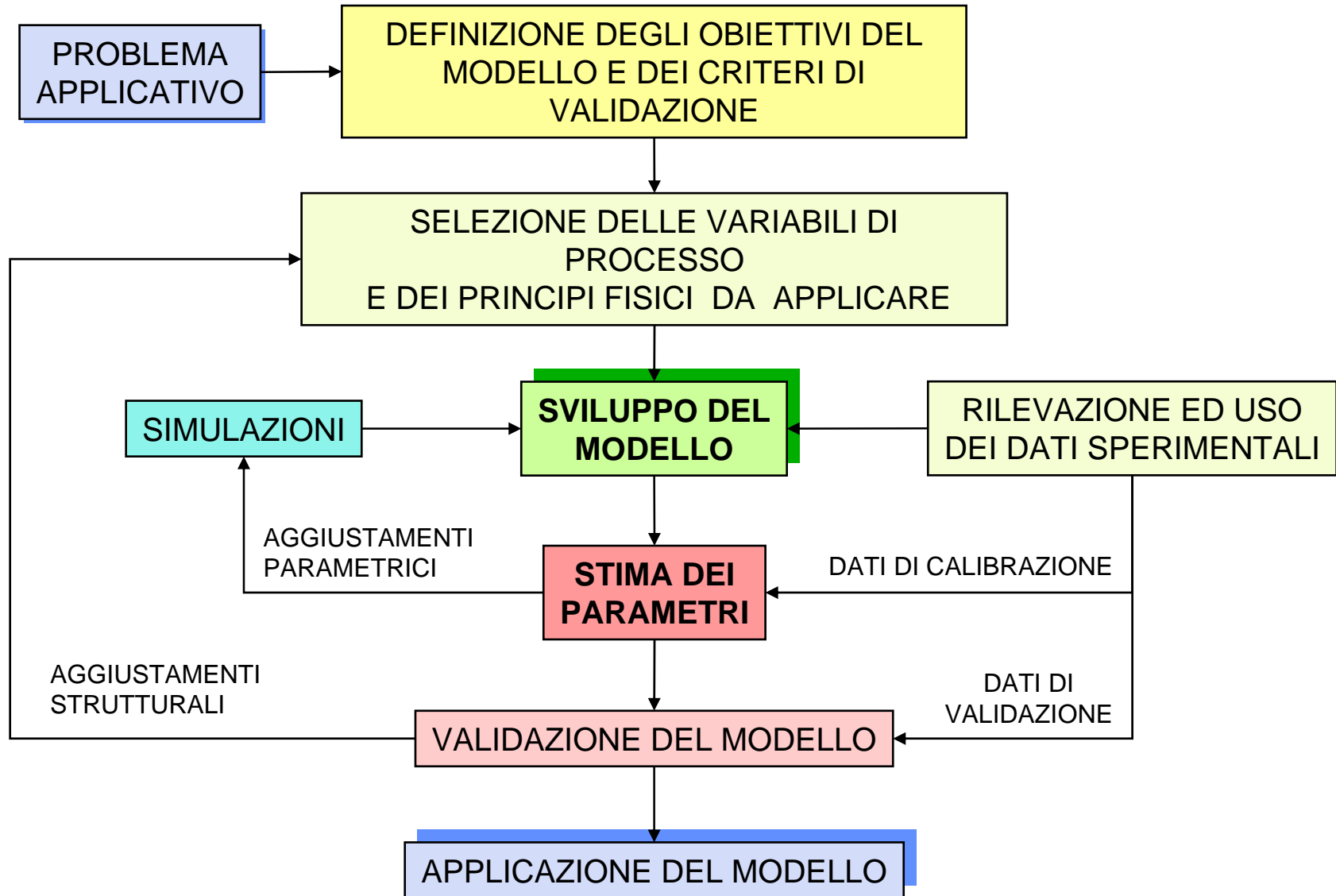
Un progetto effettuato su parametri statici può rivelarsi inefficace quando il processo opera in regime dinamico



Modelli per il controllo

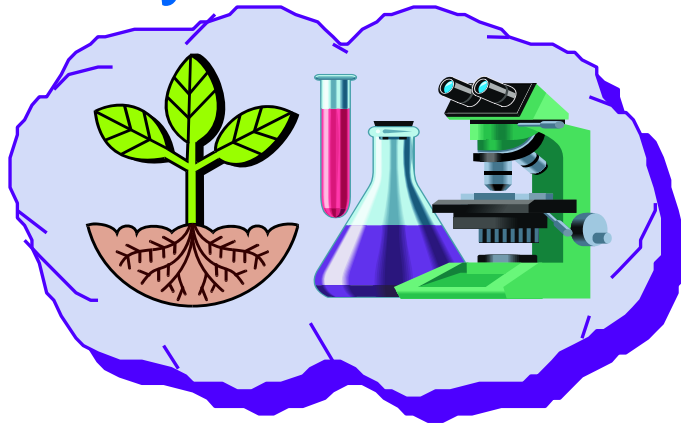
- ☞ Il modello viene usato per prevedere il comportamento del processo reale
 - ⇒ Test preliminari sono necessari per la calibrazione del modello alle condizioni di processo
- ☞ Controllo “classico”
 - ⇒ Uso del modello per il progetto del regolatore
- ☞ Controllo predittivo
 - ⇒ Utilizzo del modello come predittore
 - ⇒ **Predizione:** al modello vengono applicati diversi ingressi e si analizzano le corrispondenti uscite
 - ⇒ **Controllo:** si sceglie il controllo che porta il processo nell’obiettivo desiderato e/o che minimizza una cifra di merito predefinita
- ☞ Ciascuna unità di processo necessita di un controllo specifico, con diversa complessità e scala di tempo.

Costruzione di un modello



Dati contro Teoria

Theory-driven Models

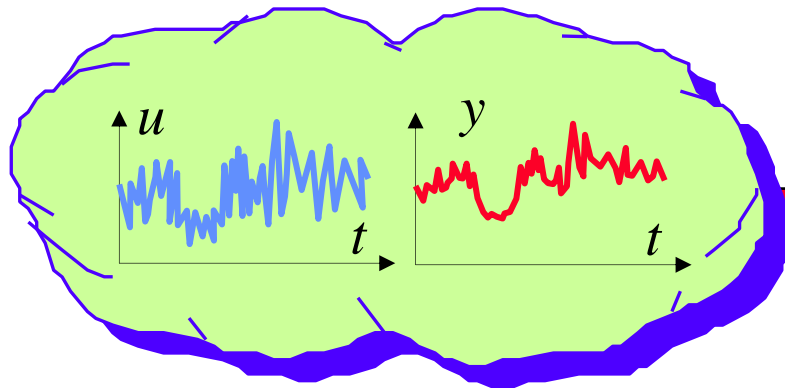


Le equazioni del modello sono determinate in base alla conoscenza di leggi naturali

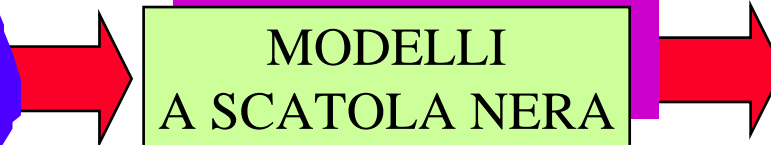


$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(x, u) \\ y = g(x, u) \end{cases}$$

Data-driven Models



Le equazioni del modello hanno una struttura predeterminata con dei parametri per l'adattamento ai dati

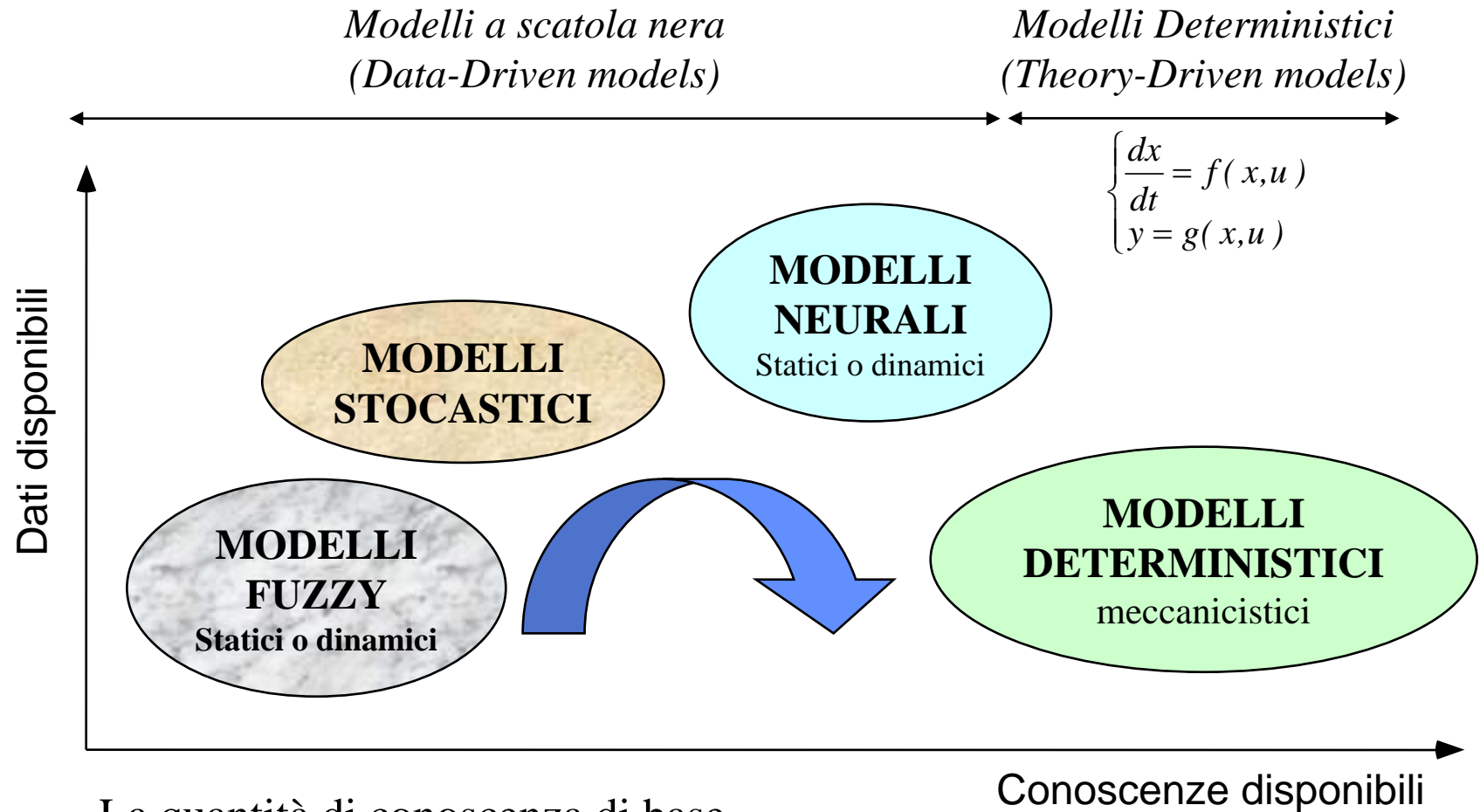


MODELLI STOCASTICI

MODELLI FUZZY

RETI NEURALI

Tipi di Modelli Numerici



La quantità di conoscenza di base necessaria per costruire un modello deterministico riduce la necessità dei dati

Modelli Fuzzy

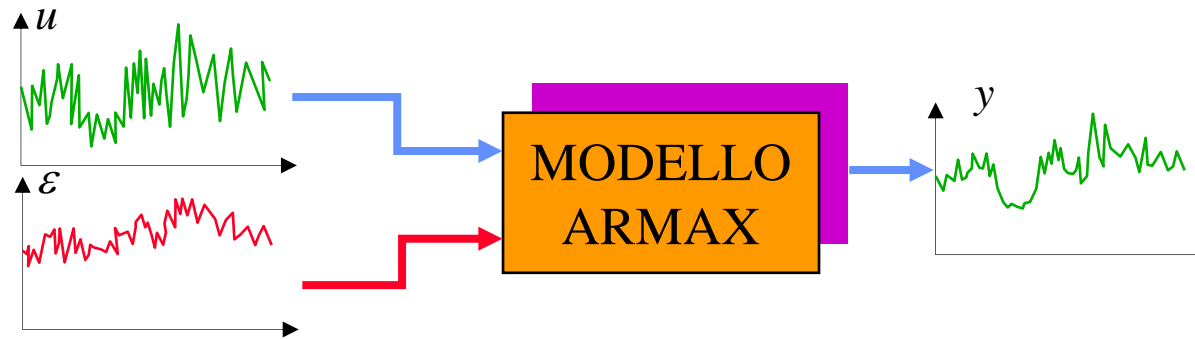
- ☞ Permettono il trattamento di concetti definiti in forma “discorsiva” (Es. Alto, Basso, Molto, Poco...)
- ☞ Sono basati su “ragionamenti” logico-deduttivi basati su categorie “sfumate”
- ☞ Sono formati da una serie di “regole” del tipo

IF *< accade questo >* *THEN* *< è vero questo >*
antecedente *conseguente*

- ☞ Ciascuna proposizione non è o VERA o FALSA, ma il suo grado di verità $\mu(x)$ può variare con continuità da 0 (falsa) a 1 (vera)
- ☞ Per sviluppare i ragionamenti fuzzy ci si serve di un'algebra fuzzy per “incrociare” i vari gradi di verità $\mu(x)$
- ☞ Il risultato è un oggetto fuzzy che deve essere “defuzzificato” per essere comprensibile nel mondo deterministico

Modello Stocastico

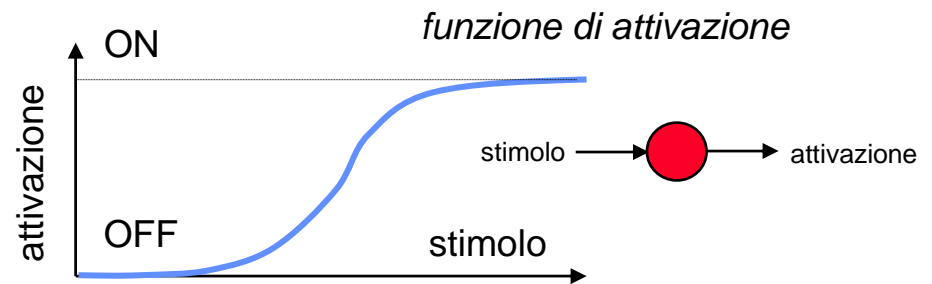
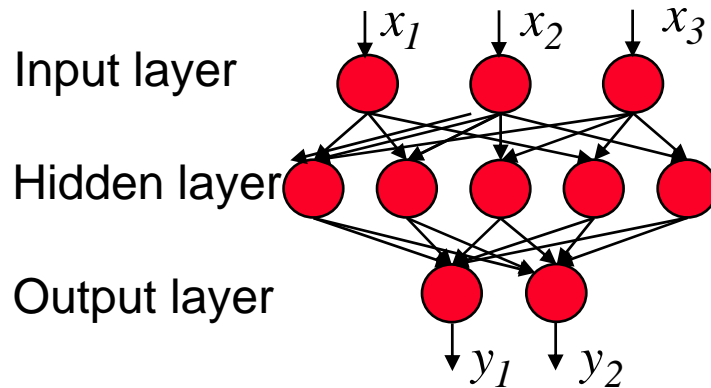
- Riproduce l'andamento temporale dei dati senza fornire informazioni sulla struttura interna del sistema
- Il suo uso deve essere preceduto da un'analisi strutturale in grado di stabilire corrispondenze ingresso/uscita di tipo causale.
- Per la sua taratura ha normalmente bisogno di una grande quantità di dati anche se la sua struttura è molto semplice.
- E' vantaggioso quando si desidera ottenere un strumento operativo che riproduca al meglio l'andamento osservato dell'uscita.



$$y_t = \underbrace{a_1 y_{t-1} + \dots + a_n y_{t-n}}_{\text{Parte Auto-Regressiva (AR)}} + \underbrace{b_1 u_{t-1} + \dots + b_m u_{t-m}}_{\text{Ingresso Esogeno (X) deterministico}} + \underbrace{\varepsilon_t + c_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + c_n \varepsilon_{t-n}}_{\text{Parte a Media Mobile (MA) (rumore colorato)}}$$

Reti Neurali

- ☞ Strutture di calcolo capaci di “apprendere” dei comportamenti sulla base di esempi (allenamento)
- ☞ Il funzionamento è basato sull’attivazione di ciascun neurone rispetto ad uno stimolo, secondo una “funzione di attivazione”
- ☞ La tipica struttura delle Reti Neurali (Neural Networks) è a tre strati (layers)
 - ⇒ **Input layer** dal quale entrano le variabili di ingresso
 - ⇒ **Hidden layer** (Strato nascosto) contenente i neuroni che aggregano le percezioni
 - ⇒ **Output layer** dal quale si ricavano le variabili di uscita



- ☞ E' necessario disporre di un algoritmo di ottimizzazione per l’allenamento della rete, generalmente del tipo back-propagation.

Modelli Deterministici

Si basano sempre su conoscenze approfondite delle leggi fondamentali che governano il sistema

Modello deterministico semplificato

- Tiene conto delle relazioni fondamentali che stanno alla base del processo.
- Spesso è inutile spingere molto il dettaglio del modello.
- Si sceglie l'aspetto di maggior interesse, trascurando gli aspetti che si ritengono meno rilevanti.

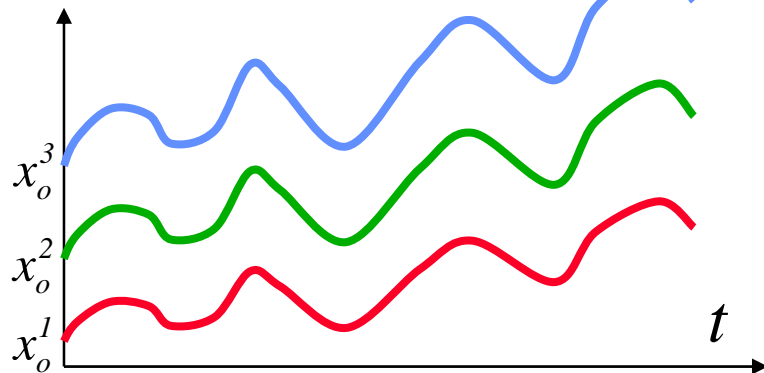
Modello deterministico complesso

- E' opportuno solamente quando il grado di dettaglio che esso può fornire è davvero necessario.
- La complessità pone molti problemi, sia di sviluppo che di uso, e se utilizzato impropriamente può rivelarsi peggiore di un buon modello semplificato usato correttamente.
- La complessità è spesso soggettiva ed è legata allo scopo per cui viene costruito il modello.

Autonomia dei vari tipi di modelli

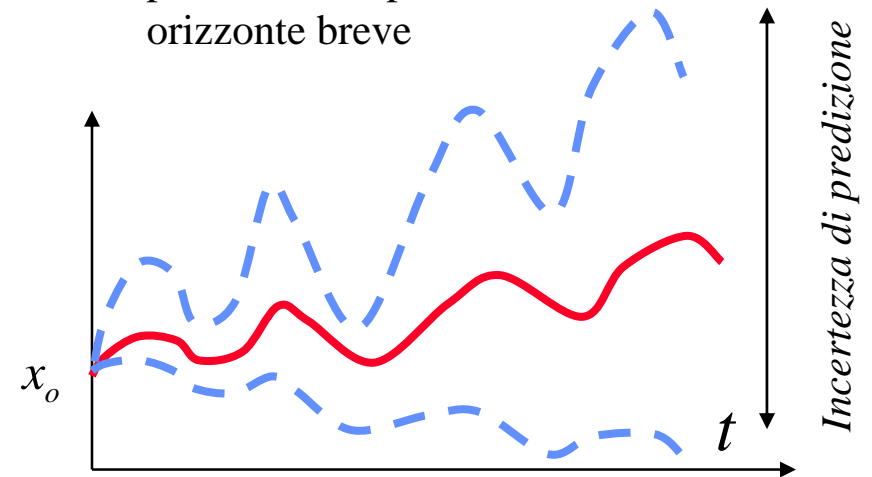
☞ Modelli **Theory-driven** a rappresentazione interna

- ⇒ Solamente i modelli deterministici sono in grado di riprodurre in modo autonomo l'evoluzione del sistema su orizzonti di tempo lunghi
- ⇒ I parametri del modello hanno significato fisico, collegato alla natura del problema
- ⇒ Se ne può aumentare la generalità con l'introduzione di incertezze parametriche o diverse realizzazioni delle serie di ingresso
- ⇒ Sono gli unici in grado di spiegare il comportamento del sistema in ogni condizione



☞ Modelli **Data-driven**, es. Fuzzy, Stocastici, Neurali

- ⇒ Approssimano delle serie temporali
- ⇒ Non identificano la struttura interna del sistema
- ⇒ Sono molto adatti a rappresentare l'incertezza
- ⇒ Sono in grado di riprodurre in modo autonomo il comportamento del sistema solamente entro orizzonti di tempo brevi
- ⇒ Sono molto utili per il controllo, dovendo predire il comportamento del sistema su un orizzonte breve





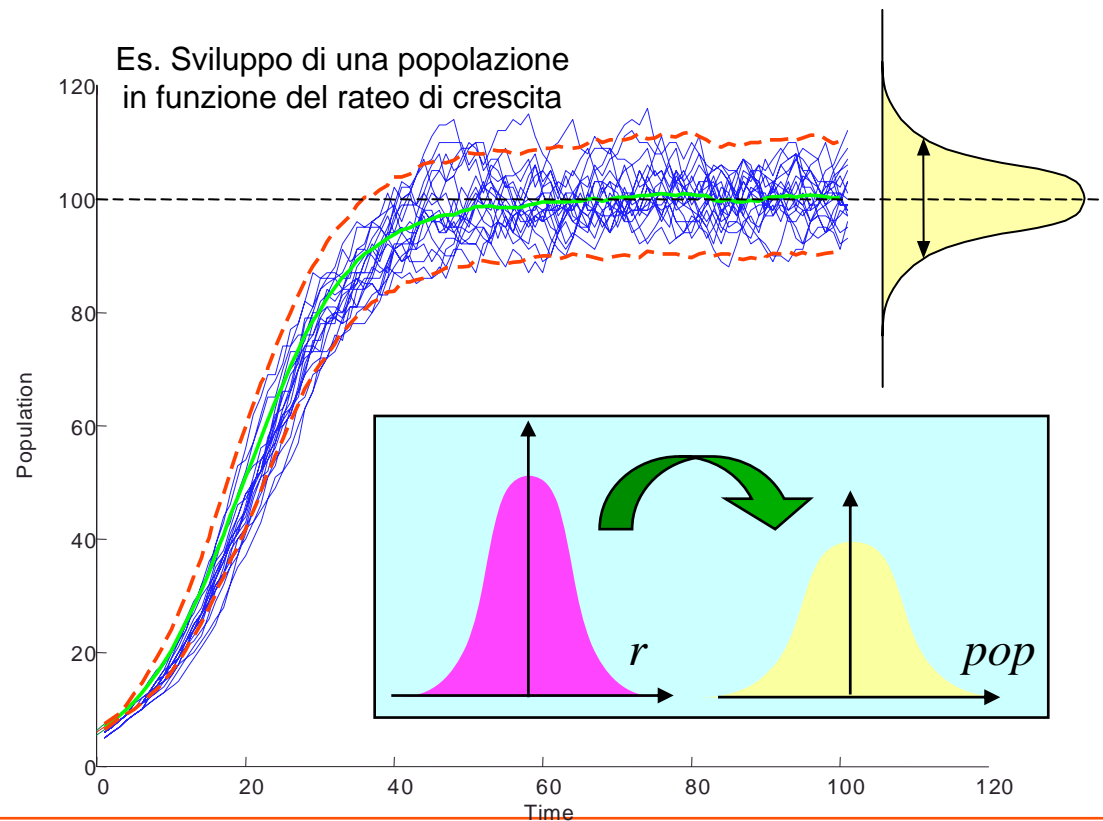
Introduzione dell'incertezza

- ☞ **Problema fondamentale:** come può un modello riflettere la *variabilità* e le *imprecisioni* della realtà ambientale?
- ☞ **Variabilità:** i parametri ecologici possono variare a seguito di modifiche interne o esterne (es. ratei di crescita funzione delle condizioni climatiche o dell'abbondanza di cibo)
- ☞ **Incerteza:** ne esistono di due tipi:
 - ⇒ **strutturale:** possibili errori nel modellare la struttura dell'ecosistema
 - ⇒ **di misura:** molte variabili di un ecosistema sono difficili da misurare con precisione, perciò si hanno errori di misura
- ☞ **Possibili soluzioni:**
 - ⇒ **Metodi MonteCarlo:** fare molte simulazioni con variazioni casuali dei parametri e/o delle condizioni ambientali
 - ⇒ **Sensitivity Analysis:** valutare l'influenza delle variazioni di un parametro sul comportamento di un ecosistema
 - ⇒ **Modelli Fuzzy:** esprimere le quantità incerte con insiemi fuzzy e strutturare il modello come insieme di implicazioni logiche

Metodi MonteCarlo

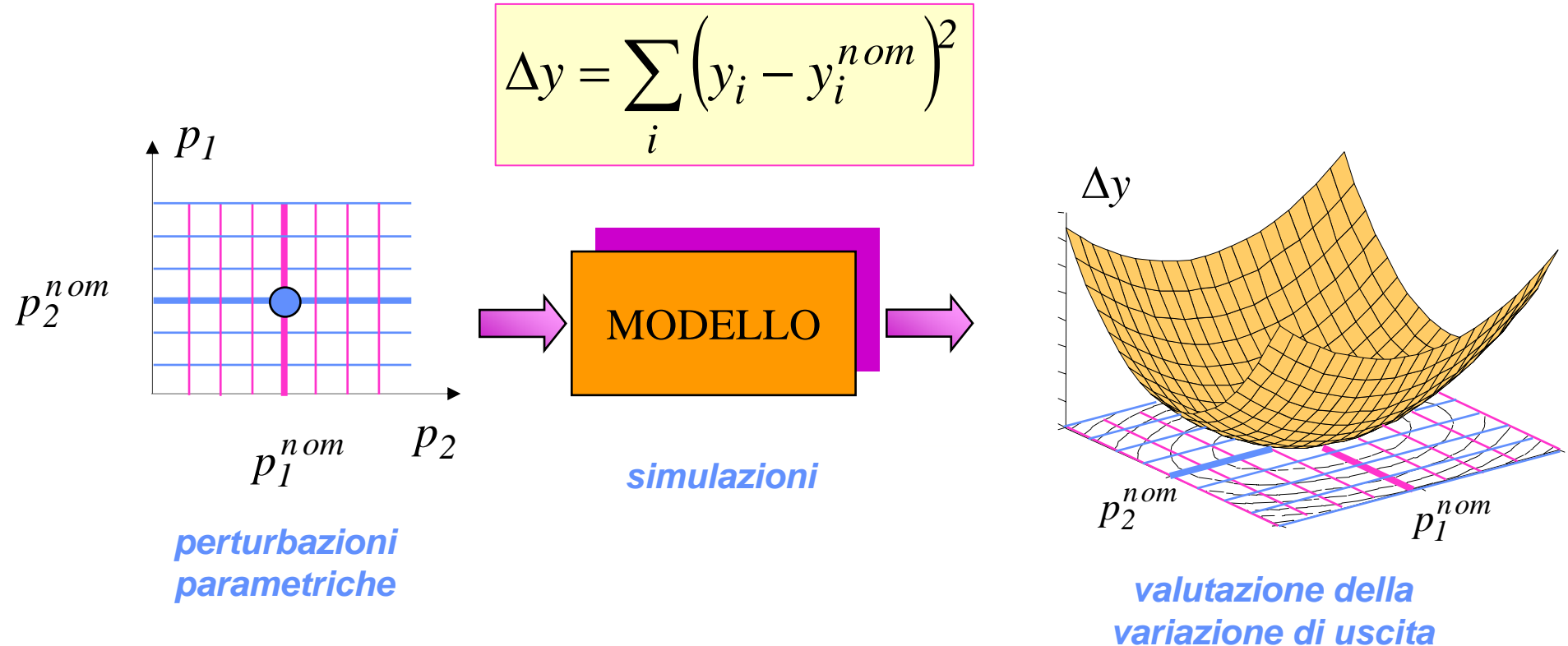
- ☞ Si effettua un gran numero di simulazioni deterministiche variando uno o più parametri in modo casuale secondo una statistica predefinita
- ☞ Si analizzano i risultati delle simulazioni su base statistica
- ☞ Si cerca un legame fra la statistica del parametro e quella dell'uscita del modello
- ☞ Esempio:

- ✿ Variazioni casuali del rateo di crescita di una popolazione 
- ✿ Si considera media e varianza delle simulazioni 
- ✿ Si correla la distribuzione del rateo di crescita alla distribuzione della popolazione



Sensitivity Analysis

- Variazioni dell'uscita provocate da variazioni dell'ingresso o di un parametro
- Perturbando i parametri o gli ingressi (singolarmente o a coppie) entro una griglia di variazione, si ricava numericamente la funzione di sensitività dell'uscita
- La sensitività si può esprimere come somma degli scarti quadratici fra l'uscita nominale, ottenuta con parametri o ingressi nominali, e quella perturbata



Equazioni Fondamentali di Bilancio Dinamico

Le equazioni alla base di ogni modello sono dei bilanci di *conservazione (massa e/o energia)*

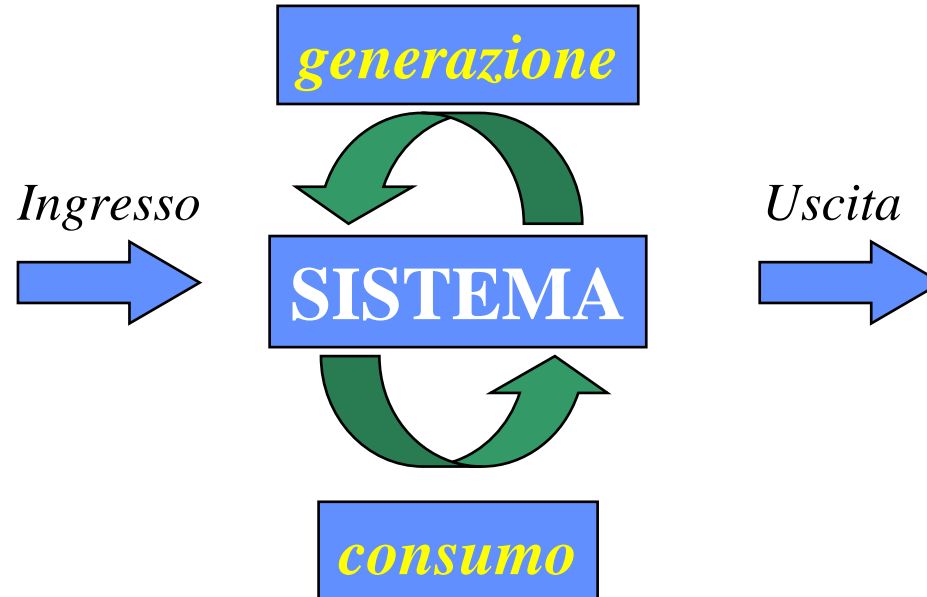
$$\text{Accumulo}/\Delta t = \text{Ingresso}/\Delta t - \text{Uscita}/\Delta t + \text{Generazione}/\Delta t - \text{Consumo}/\Delta t$$

↑ *Termini di trasporto* ↑

↑ *Dinamica interna* ↑

Bilanci di rateo:

ogni variazione è rapportata all' intervallo di tempo Δt in cui avviene.



Modello Dinamico

In definitiva si dovranno avere:

1) *Equazioni dinamiche:*

- ⇒ Bilancio totale di massa
- ⇒ Bilancio di massa per ciascuna componente
- ⇒ Bilancio energetico

$$\frac{dX}{dt} = f(Z, U, P, t)$$

con $Z \neq X$ spesso $Z \subseteq X$

2) *Equazioni ausiliarie:*

- ⇒ Equilibrio termodinamico
- ⇒ Cinetiche chimiche
- ⇒ Idrodinamica
- ⇒ etc.

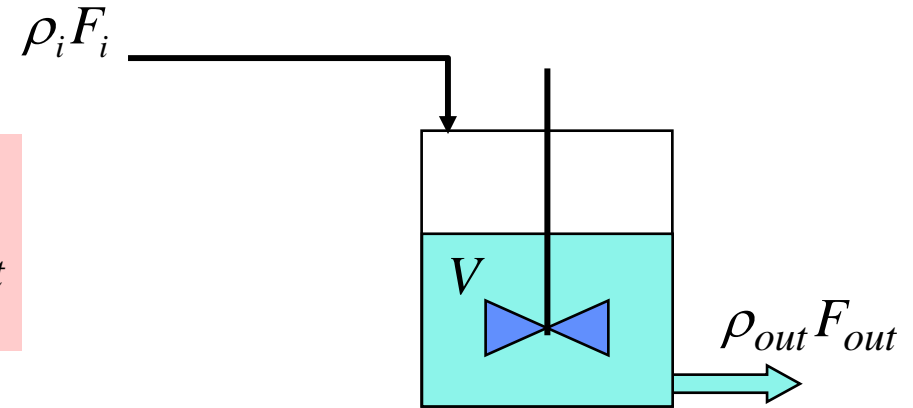
$$Z \xrightarrow{\text{Equazioni ausiliarie}} X$$

$$\frac{dX}{dt} = g(X, U, P, t)$$

Bilanci Fondamentali di Conservazione (I)

Bilancio totale di massa

$$\frac{d(\rho V)}{dt} = \rho_i F_i - \rho_{out} F_{out}$$



- ⇒ V = volume totale del sistema
- ⇒ F = portate volumetriche [V / T]
- ⇒ ρ = peso specifico espresso in [M / V] del fluido di processo.



“Chiusura” del modello

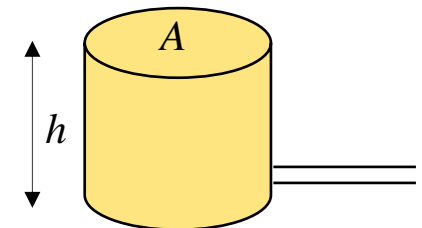
- Il modello non è completo perché il volume non compare nel termine dinamico (a destra dell' =)
- Per “chiudere” il modello è necessario introdurre *un'equazione ausiliaria* al bilancio di massa totale per mettere in relazione la portata di uscita con il volume
- Se il deflusso avviene in pressione, si introduce la legge di deflusso della valvola di scarico con costante K_v

$$\frac{dV}{dt} = F_i - F_o = F_i - K_v \sqrt{h}$$

- Si tratta di trovare un'ulteriore relazione fra battente idraulico (h) e volume (V) data dalla geometria del recipiente.

Ad es. se il recipiente è cilindrico con sezione A .

$$A \frac{dh}{dt} = F_i - K_v \sqrt{h}$$



Dal modello alla simulazione

$$A \frac{dh}{dt} = F_i - K_v \sqrt{h}$$

Si può calcolare l'altezza a regime, azzerando la derivata, ponendo F_i al valore costante di base F_{base} e ricavando h

$$h_o = \frac{F_{base}^2}{K_v^2}$$

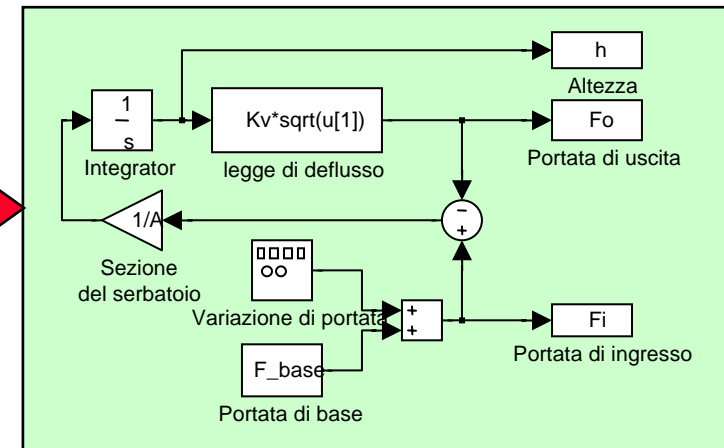
Con i valori dati si ha

$$h_o = \frac{2^2}{1.5^2} = 1.7778$$

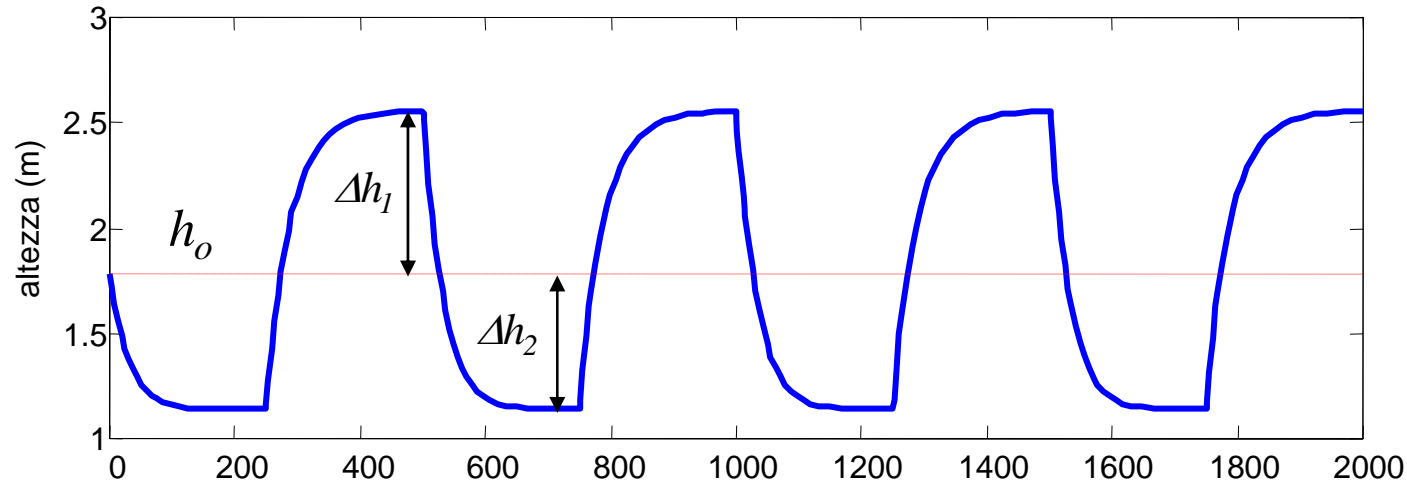
Codice Matlab di lancio

```
clear
Kv=1.5;
A=20;
F_base=2;
D=F_base/5;
T=0.002;
tfin=2000;
% Calcolo altezza di regime
ho=(F_base^2)/(Kv^2)
% Lancio Modello Simulink
[t,x,y]=sim('serbatoio',tfin);
figure(1)
hold off;clf
subplot(211)
plot(t,h)
hold on
plot([0 tfin],[ho ho],':r')
ylabel('altezza (m)')
subplot(212)
plot(t,Fi,t,Fo)
legend('F ingresso','F uscita')
ylabel('portate (L/min)')
xlabel('tempo (min)')
```

Codice Simulink che implementa il modello



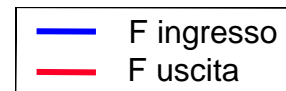
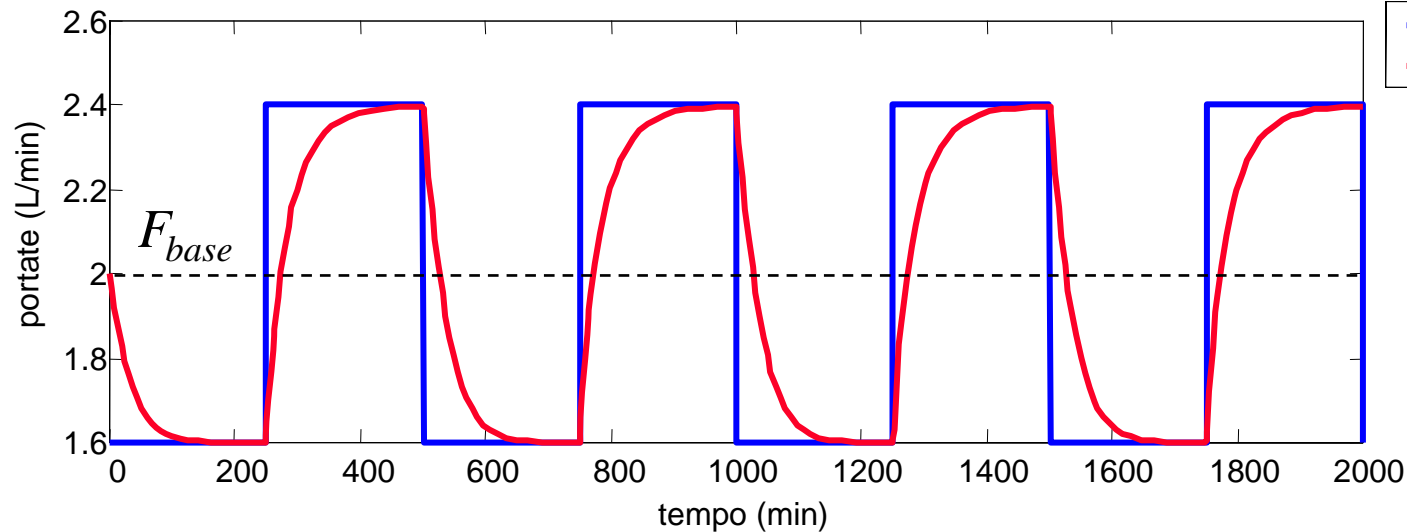
Esempio di simulazione



Nota: le variazioni intorno a h_o non sono simmetriche

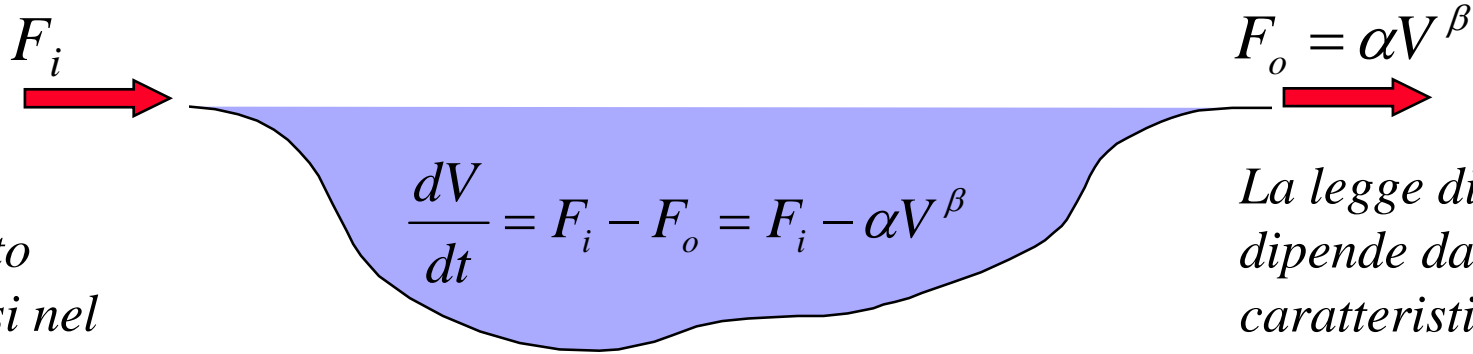
$$\Delta h_1 \neq \Delta h_2$$

anche se le variazioni di portata intorno a F_{base} lo sono



Nota: la portata di uscita segue con ritardo la variazione di ingresso

Esempio di deflusso da un invaso



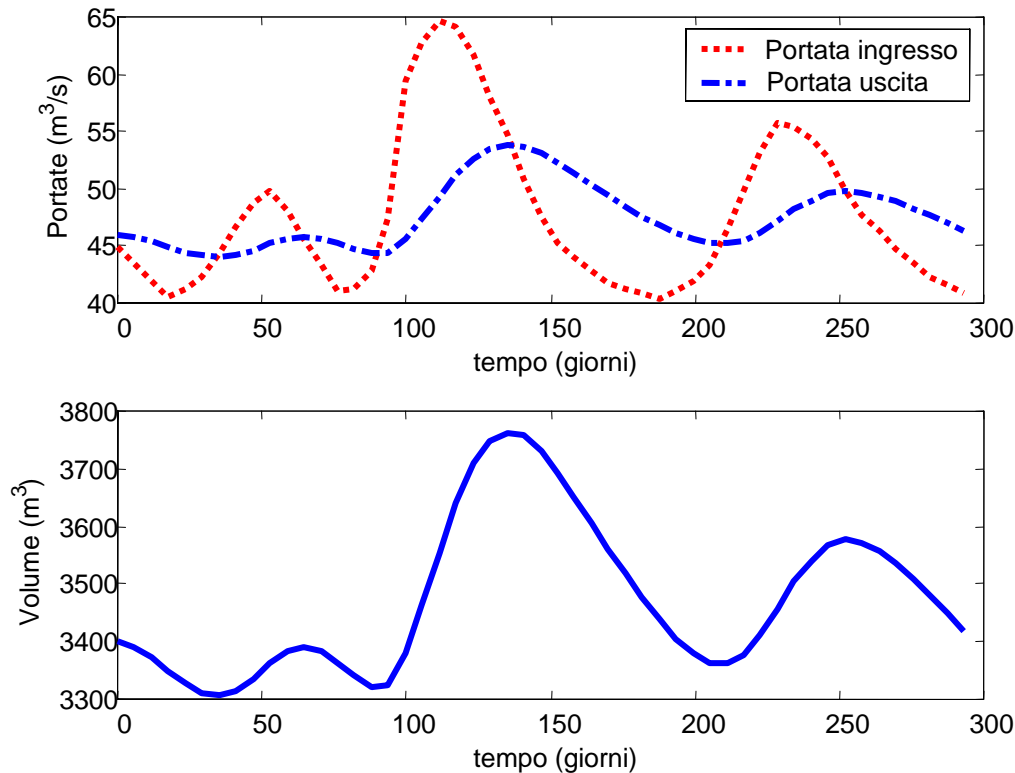
L'andamento degli afflussi nel tempo è determinato dalle caratteristiche del bacino idrografico e costituisce l'ingresso al sistema

La legge di deflusso dipende dalle caratteristiche del bacino e deve essere determinata sperimentalmente

L'evoluzione del volume segue con ritardo l'andamento della portata in ingresso

$$\alpha = 1.54422 \times 10^{-4}$$

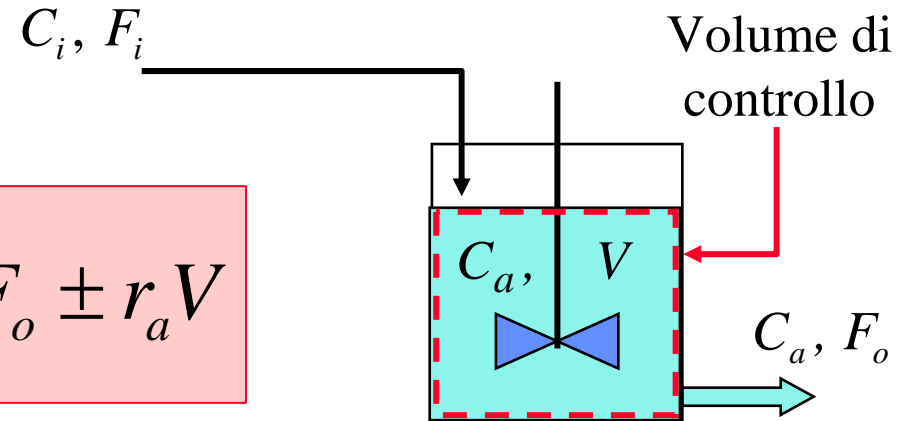
$$\beta = 1.55$$



Bilanci Fondamentali di Conservazione (II)

☞ Bilancio di massa per componente

$$\frac{dm_a}{dt} = \frac{d(C_a V)}{dt} = F_i C_i - C_a F_o \pm r_a V$$



- ☞ m_a = quantità totale di massa del componente 'a' nel sistema
- ☞ C_a = concentrazione, espressa in $[M L^{-3}]$
- ☞ r_a = rateo specifico di reazione (per unità di volume) per la componente 'a'.

☞ Si suppone che la concentrazione di uscita coincida con quella nel sistema C_a (*ipotesi di mescolamento completo*)

☞ Questo bilancio va usato *insieme* al bilancio di massa totale

Dinamica della concentrazione

☞ Svolgendo il prodotto delle derivate a sinistra

$$\frac{d(C_a V)}{dt} = V \frac{dC_a}{dt} + C_a \frac{dV}{dt} = F_i C_i - F_o C_a \pm r_a V$$

☞ e ricavando la derivata della concentrazione dC/dt

$$\frac{dC_a}{dt} = \frac{1}{V} \left[-C_a \frac{dV}{dt} + F_i C_i - F_o C_a \pm r_a V \right] \quad \frac{dV}{dt} = F_i - F_o$$

☞ Sostituendo il bilancio di volume dalla prima equazione

$$\begin{aligned} \frac{dC_a}{dt} &= \frac{1}{V} \left[-C_a (F_i - F_o) + F_i C_i - F_o C_a \pm r_a V \right] \\ &= \frac{F_i}{V} (C_i - C_a) \pm r_a \end{aligned}$$

Bilanci dinamici di massa

- 👉 Il bilancio totale di massa riguarda tutta la massa del sistema

$$\frac{dV}{dt} = F_i - F_{out}$$

- 👉 Esso si riduce ad un bilancio di volume se la densità ρ è costante
- 👉 Il bilancio per componente considera la sola sostanza C separatamente

$$\frac{dC_a}{dt} = \frac{F_i}{V} (C_i - C_a) \pm r_a$$

- 👉 I due bilanci sono legati dalla variabile “Volume”

Modellare un Sistema Ambientale

- Modellare l'*Ecosistema* soggetto ai forzanti esterni

$$\frac{dx}{dt} = g(x, u)$$

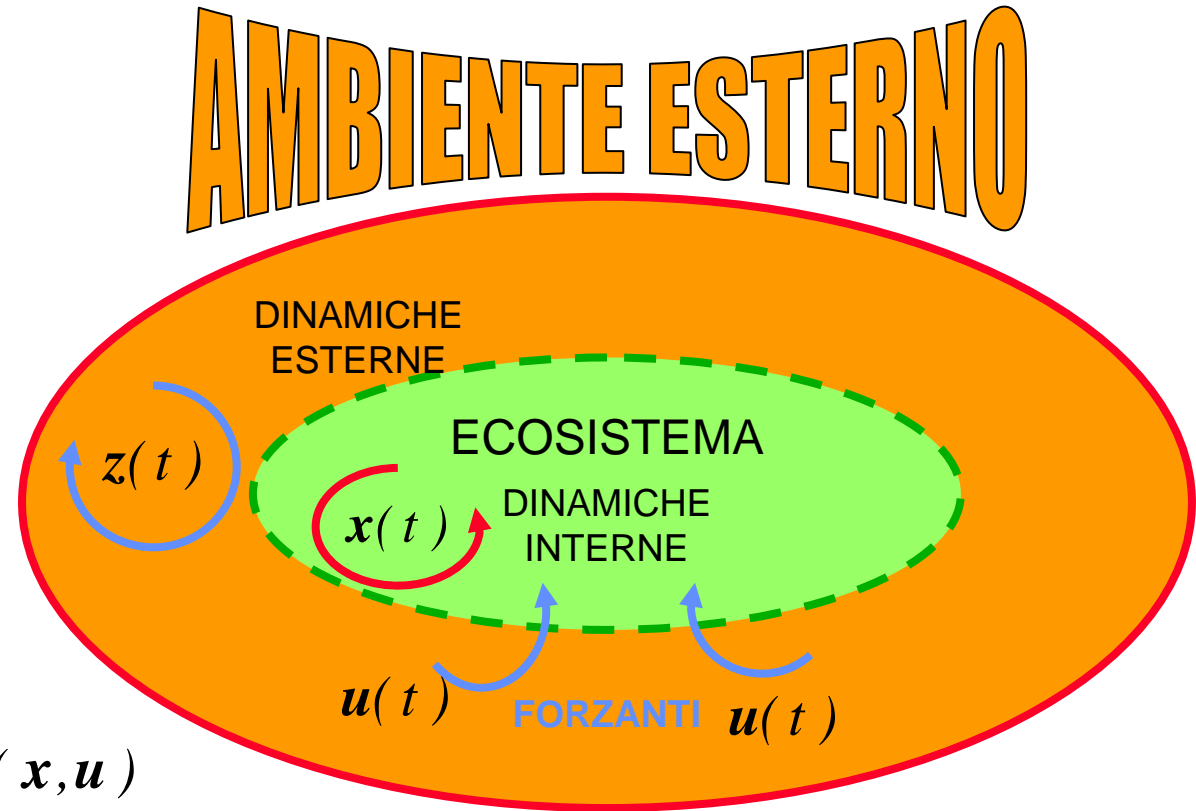
- Chiedersi *cosa* e *come* genera i forzanti u

$$\frac{dz}{dt} = h(z)$$

$$u = f(z)$$

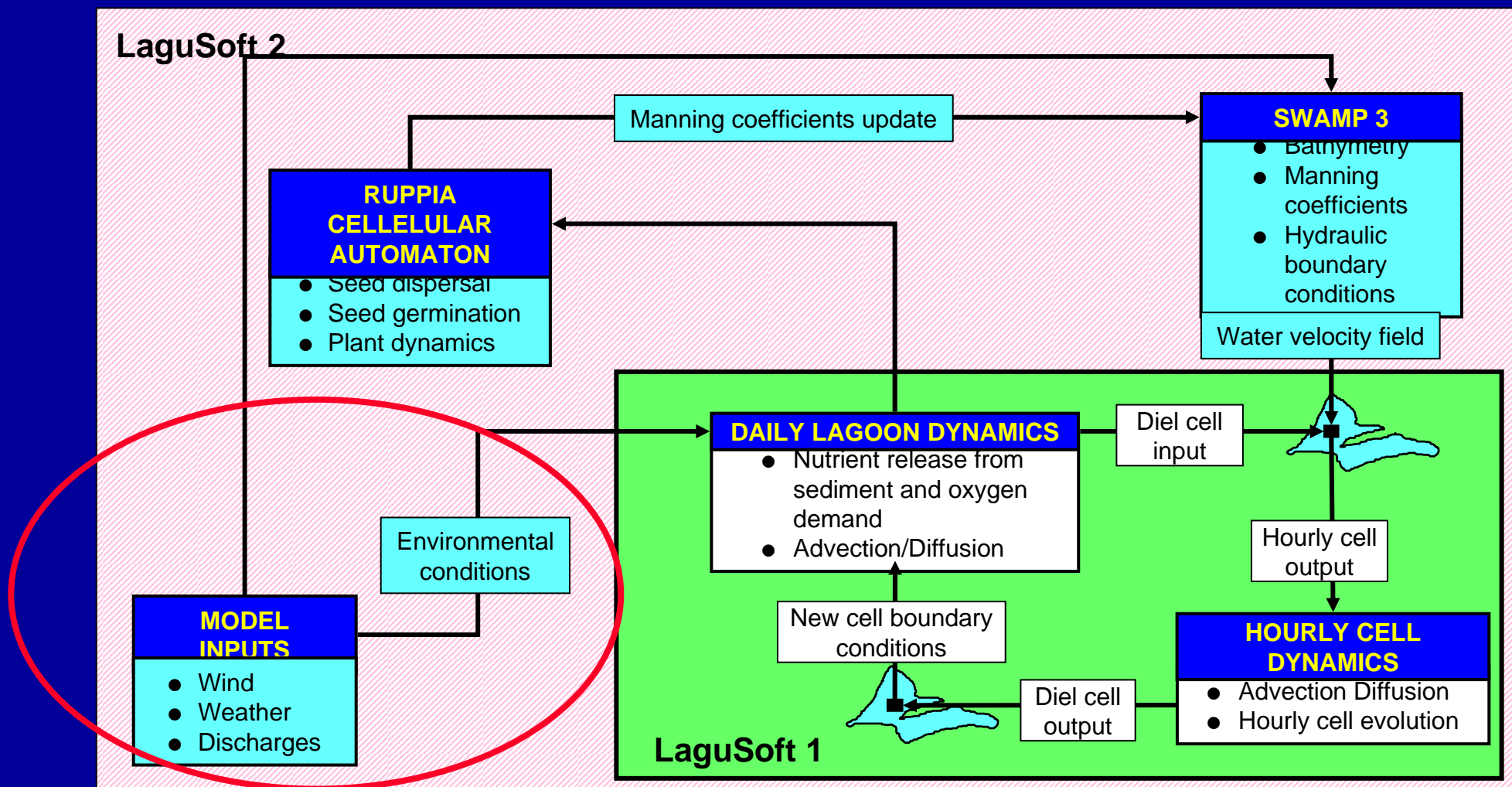
- Modellare l'*Ambiente Esterno* come generatore di forzanti, insieme all'*Ecosistema*

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = g(x, u) \\ \frac{dz}{dt} = h(z) \\ u = f(z) \end{array} \right.$$



Nota: il confine fra Ecosistema ed Ambiente esterno non è sempre facilmente definibile

Modello dell'ecosistema lagunare di Orbetello

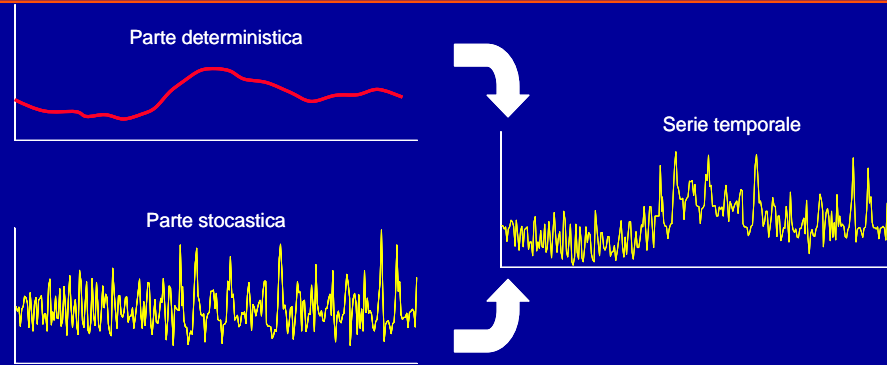


Giusti E., Marsili-Libelli S. (2006). An integrated model for the Orbetello lagoon ecosystem. *Ecological Modelling*, **196**: 379-394.

Generazione di serie temporali sintetiche

Parte deterministica: rappresenta l'andamento "medio" nel periodo, predicibile sulla base di osservazioni dell'andamento globale (stagionalità).

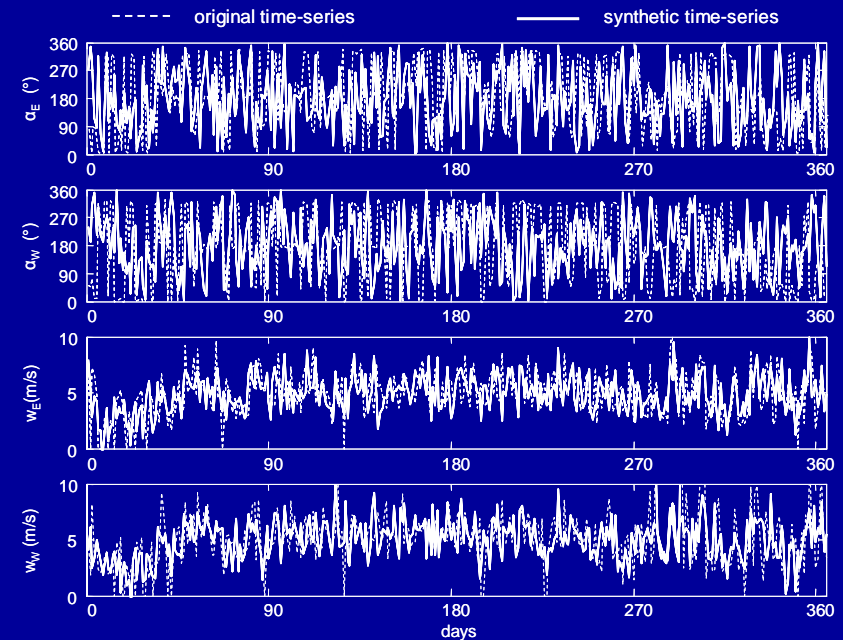
Parte stocastica: componente casuale, determinata da eventi non predicibili sulla base dei dati precedenti.



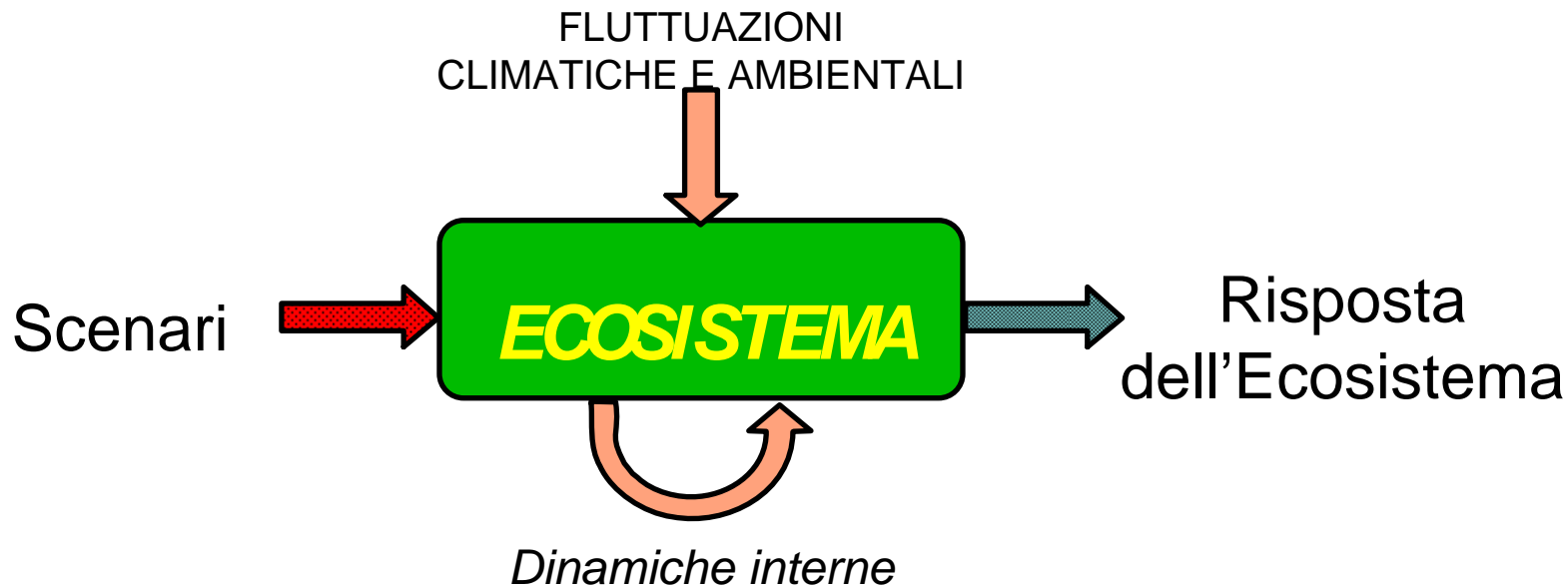
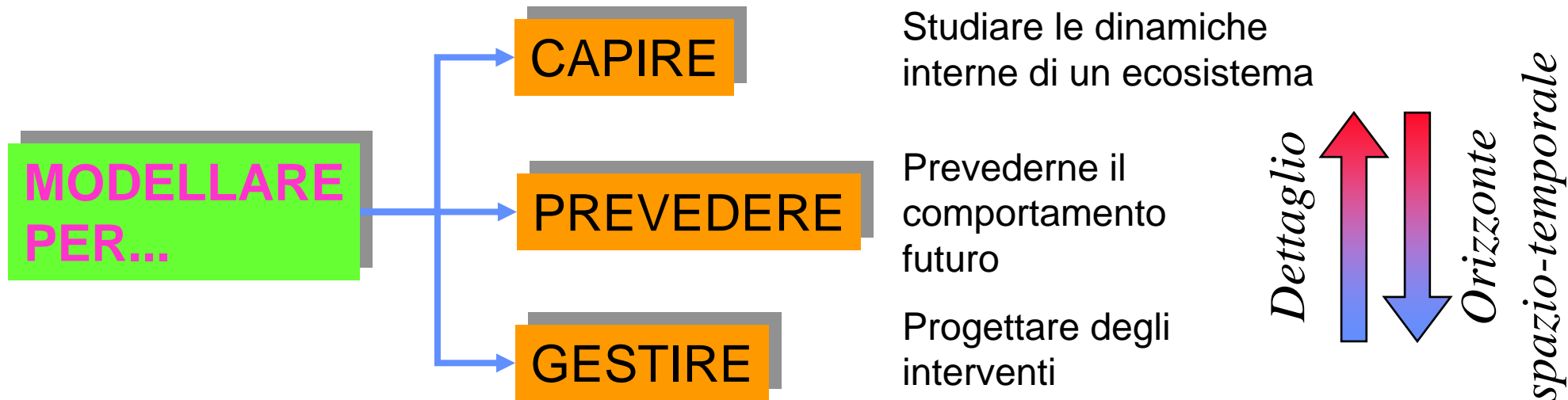
Metodo generazione serie storiche

1. Dalle osservazioni pluriennali si ricava la componente deterministica (spline smoothing)
2. Generazione componente stocastica ottenuta dai residui delle serie storiche attraverso un generatore di sequenze casuali con le caratteristiche di autocorrelazione osservate nei dati sperimentali
3. Somma parte deterministica con parte stocastica

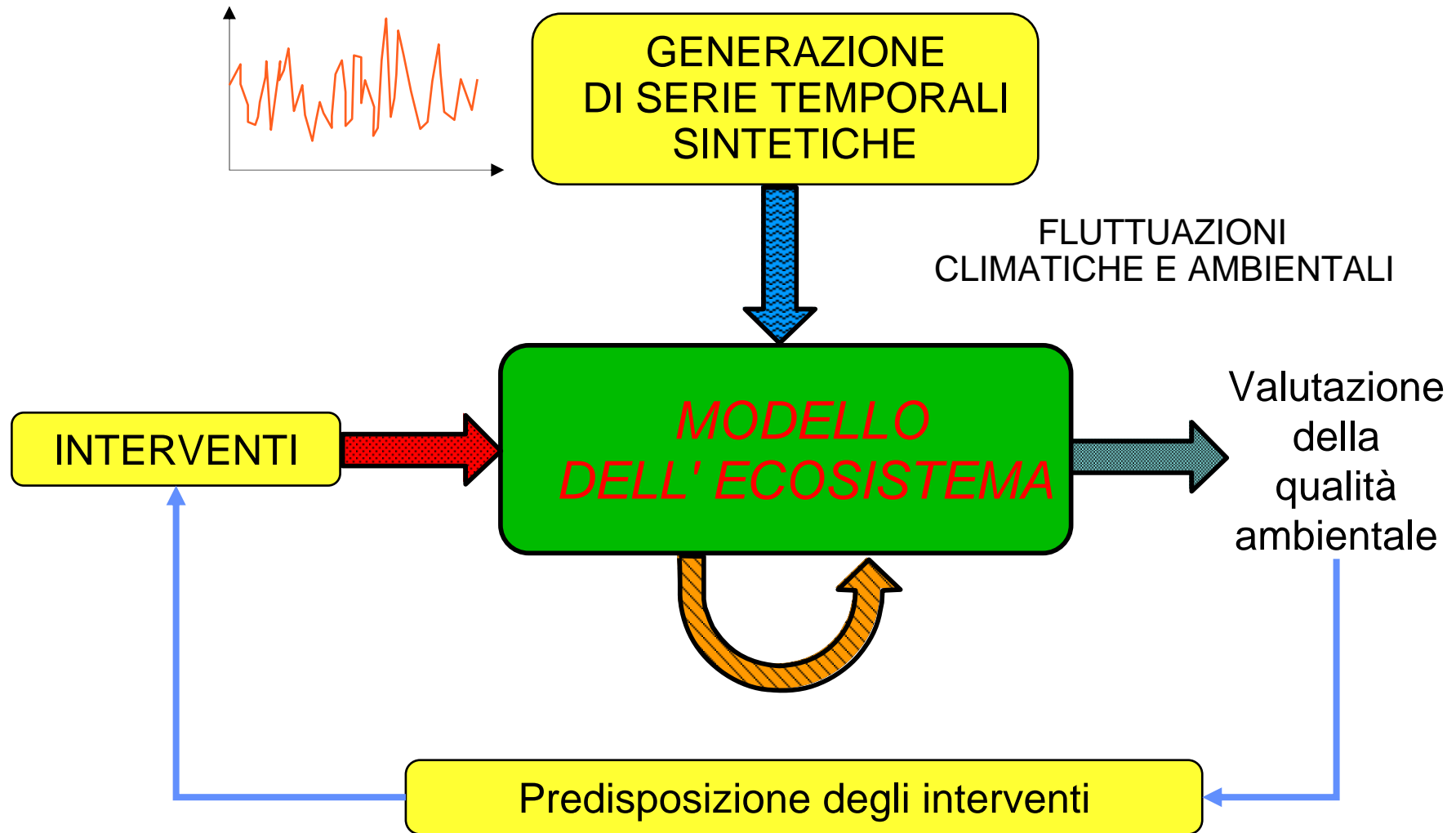
Procedimento effettuato su 4 variabili: direzione e velocità del vento nelle 2 lagune tenedo conto delle loro correlazioni



Usi di un Modello Ambientale



Gestione di un Sistema Ambientale



Raccolta alghe nella laguna di Orbetello

Macroalgae are collected with special boats equipped with an upward-moving conveyor belt.



Smaltimento alghe raccolte

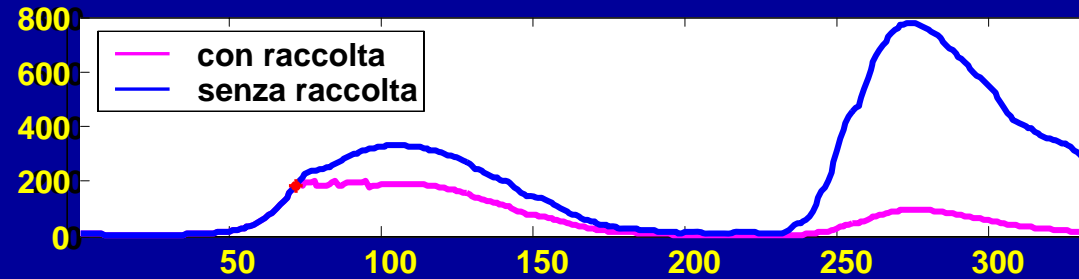
The disposal of the harvested biomass is a major economic and environmental problem.



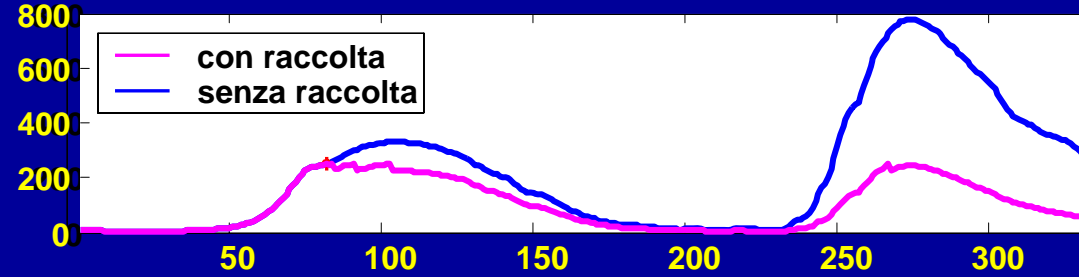
Gestione raccolta alghe

Soglia di intervento

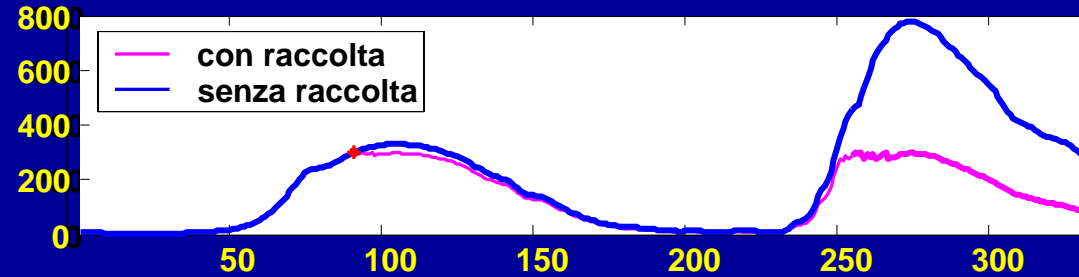
200 Kg/m²



250 Kg/m²



350 Kg/m²



Raccolta
“una tantum”

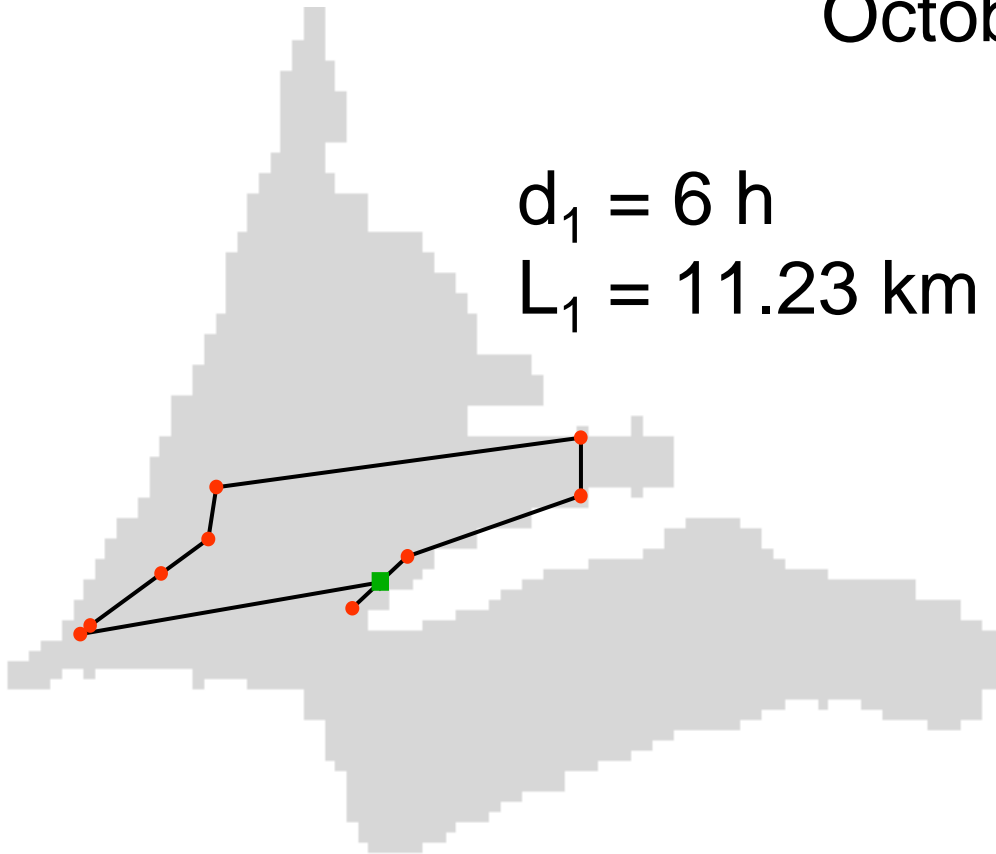
Giusti, E. and Marsili-Libelli, S. Macroalgae harvesting policy based on a fuzzy criticality index. *7th International Conference of Hydroinformatics, Nice, Sept. 2006.*

Ottimizzazione dei percorsi dei battelli

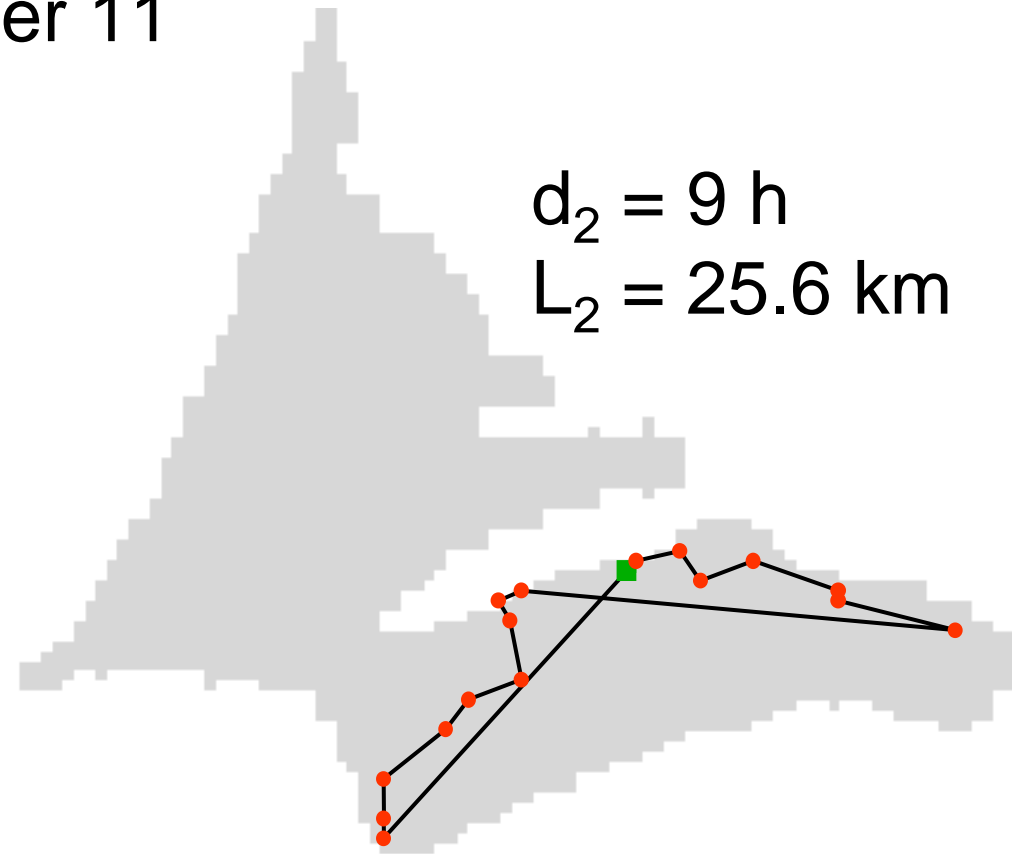
Along the route, the next harvesting point is selected on a nearest-neighbour basis

October 11

$d_1 = 6 \text{ h}$
 $L_1 = 11.23 \text{ km}$



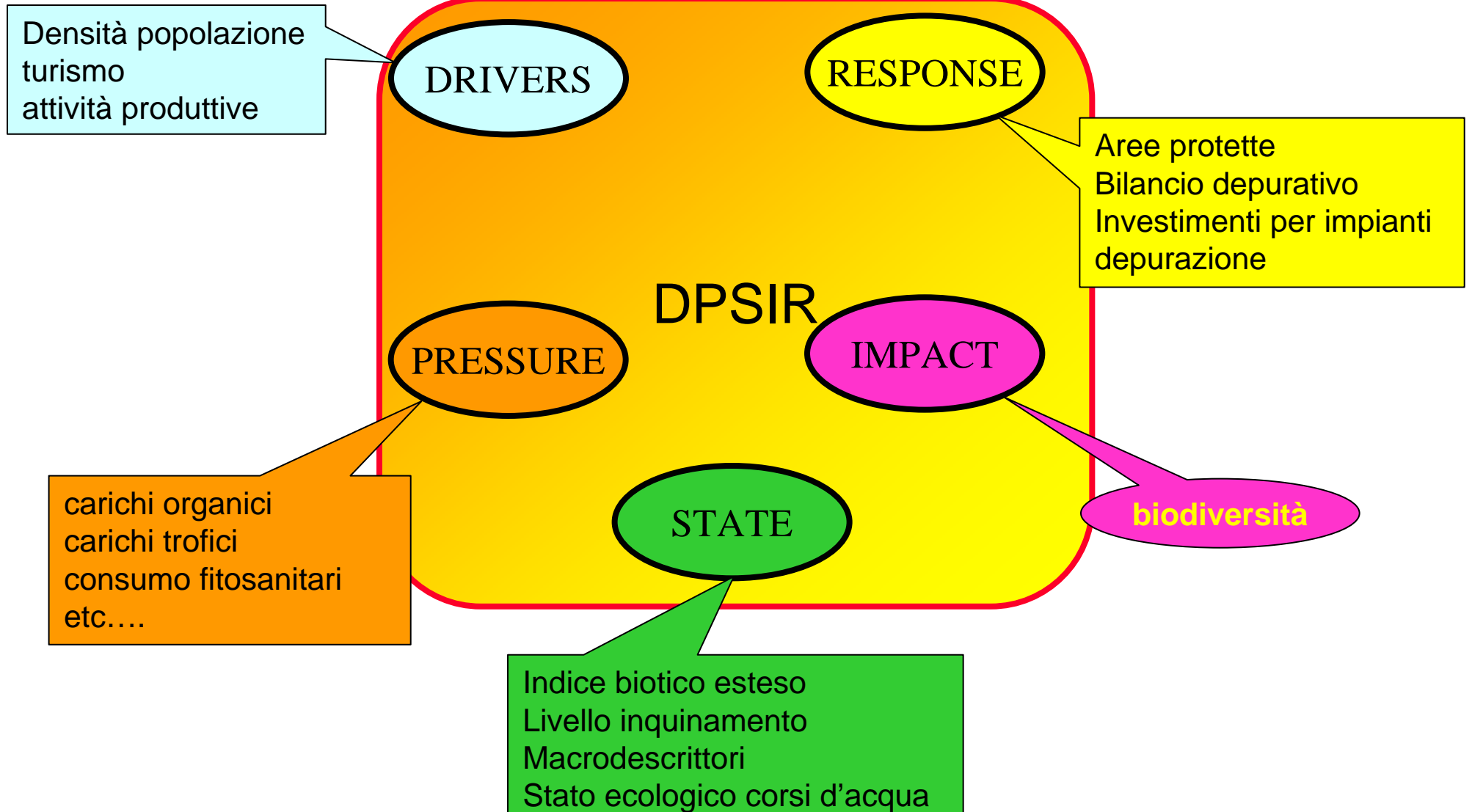
$d_2 = 9 \text{ h}$
 $L_2 = 25.6 \text{ km}$



Il modello DPSIR (CE 60/2000)

- 👉 **DPSIR = Drivers, Pressures, States, Impacts, Responses**
- 👉 E' il modello adottato in Europa nell'ambito della Direttiva Europea Acque (WFD CE 60/2000).
- 👉 Stabilisce delle relazioni fra le cause (*Drivers, Pressures*), gli effetti (*States, Impacts*) ed i possibili interventi (*Responses*)
- 👉 Tiene conto delle connessioni strutturali fra le varie componenti
 - ⇒ *Ecologiche*
 - ⇒ *Tecnologiche*
 - ⇒ *Socio-economiche*
 - ⇒ *Legislative*
- 👉 Per ciascun comparto definisce gli indicatori e le modalità di osservazione del sistema

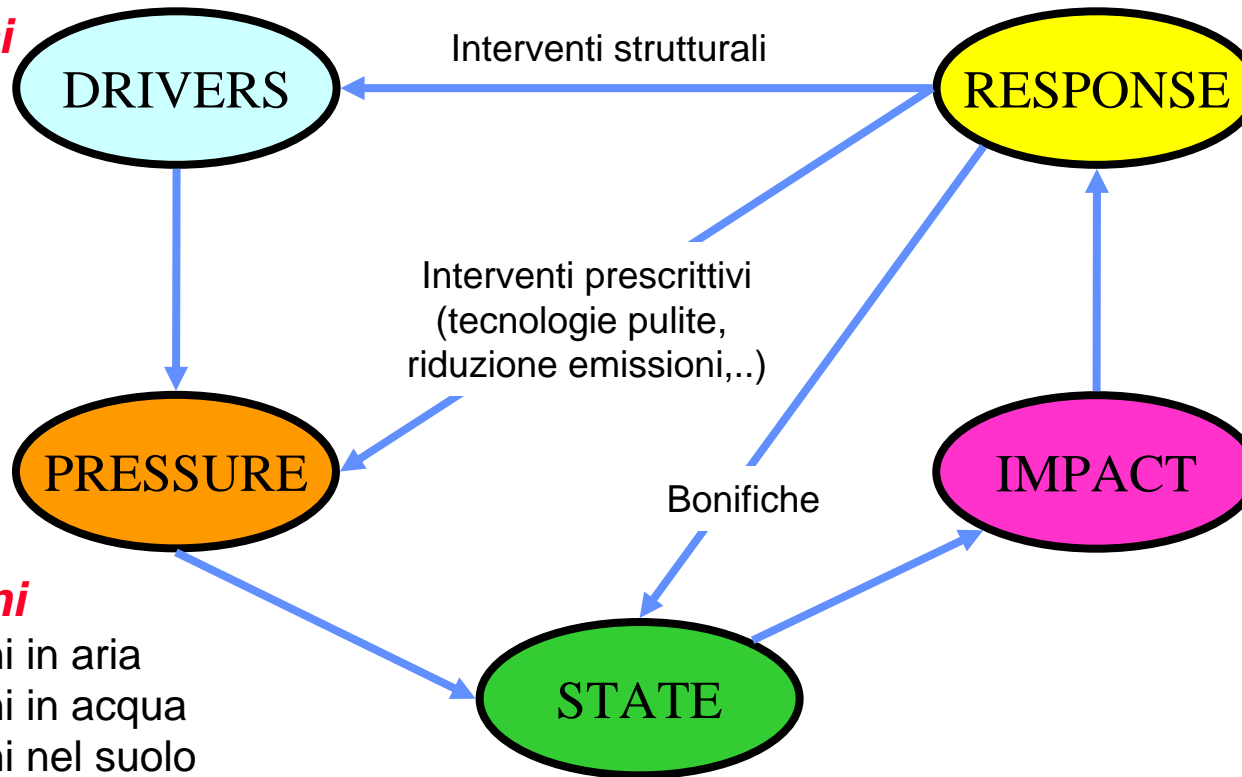
Componenti del sistema DPSIR



Struttura del modello DPSIR

Cause generatrici primarie:

- agricoltura
- industria
- trasporti
- ecc.....



Pressioni

- emissioni in aria
- emissioni in acqua
- emissioni nel suolo
- ecc.....

Stato e Tendenze

- qualità dell'aria
- qualità dell'acqua
- qualità del suolo
- biodiversità
- ecc.....

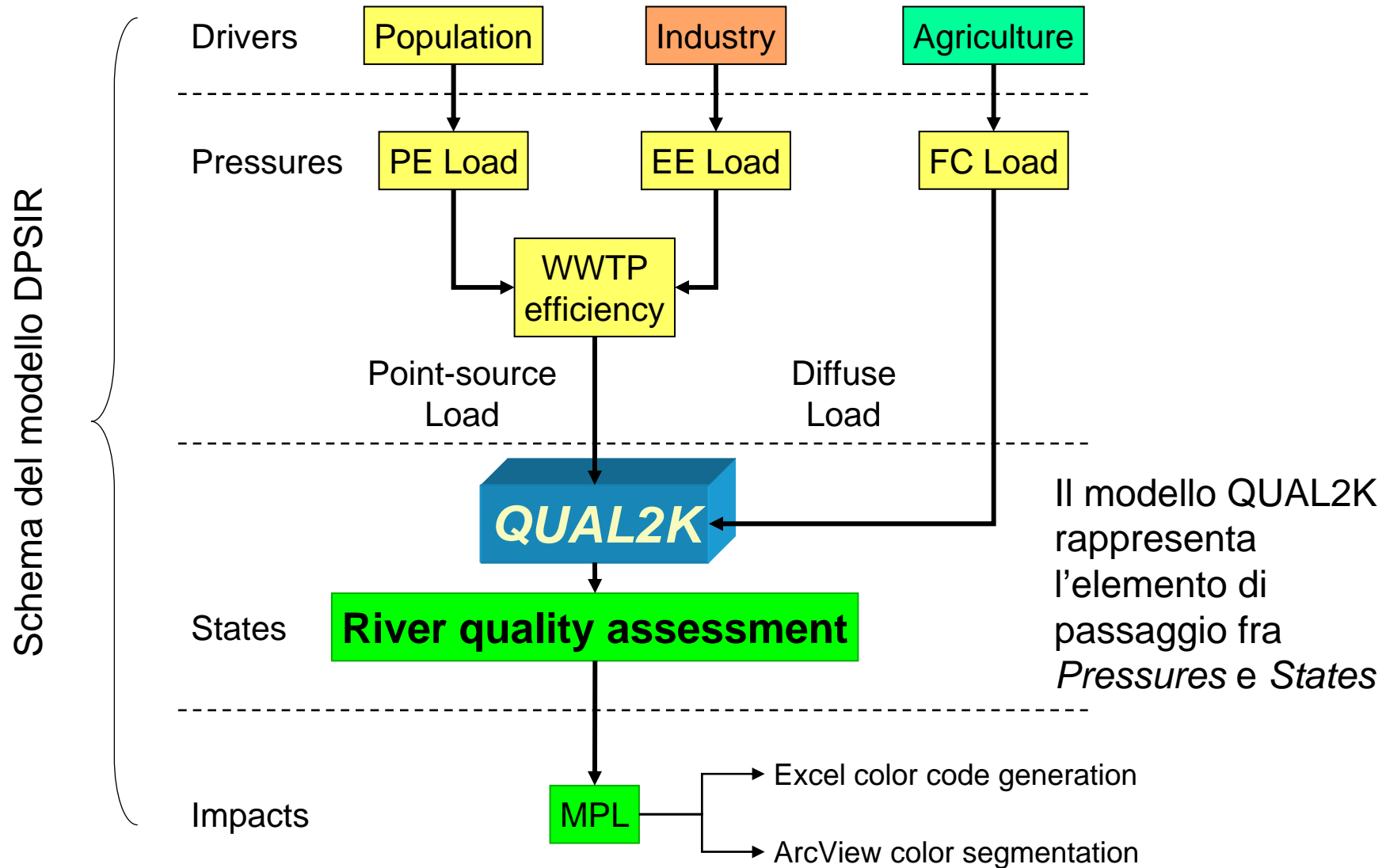
Risposte

- leggi
- piani
- prescrizioni
- ecc.....

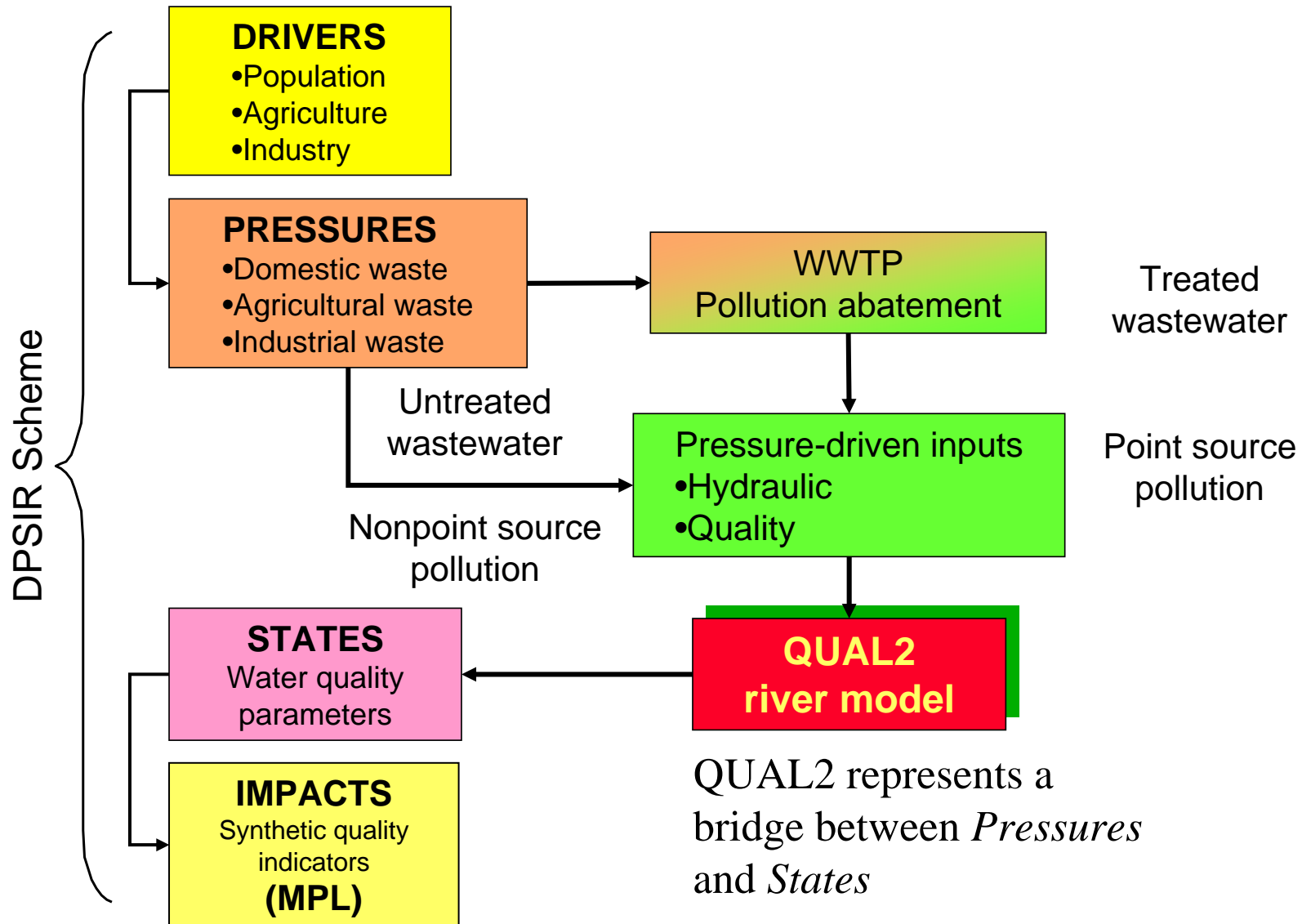
Impatto

- sulla salute
- sugli ecosistemi
- sulla biodiversità
- ecc.....

Applicazione del DPSIR alla qualità del fiume Arno



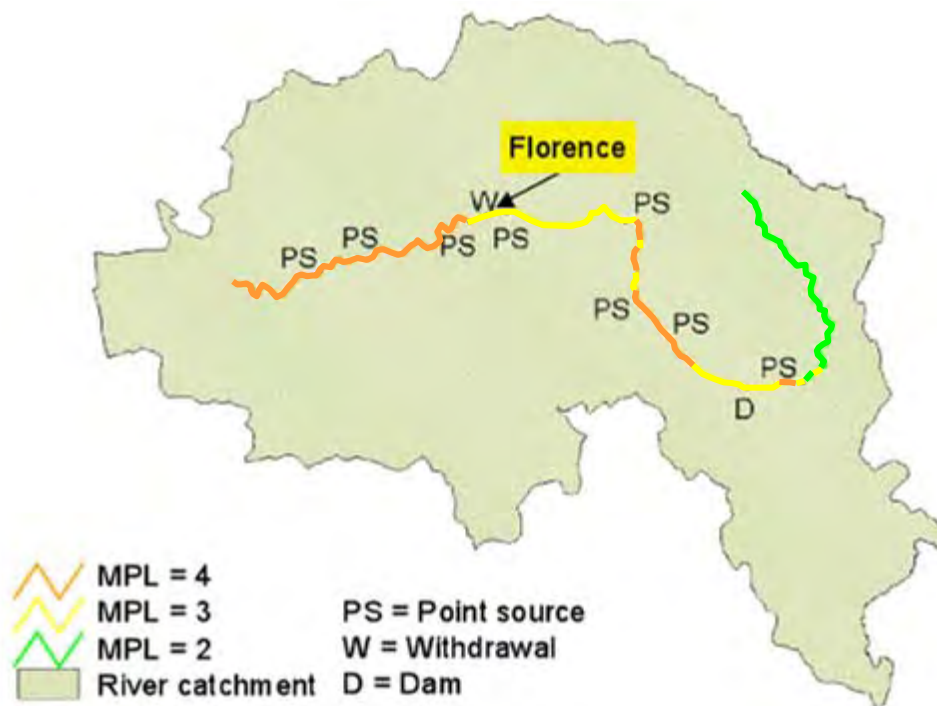
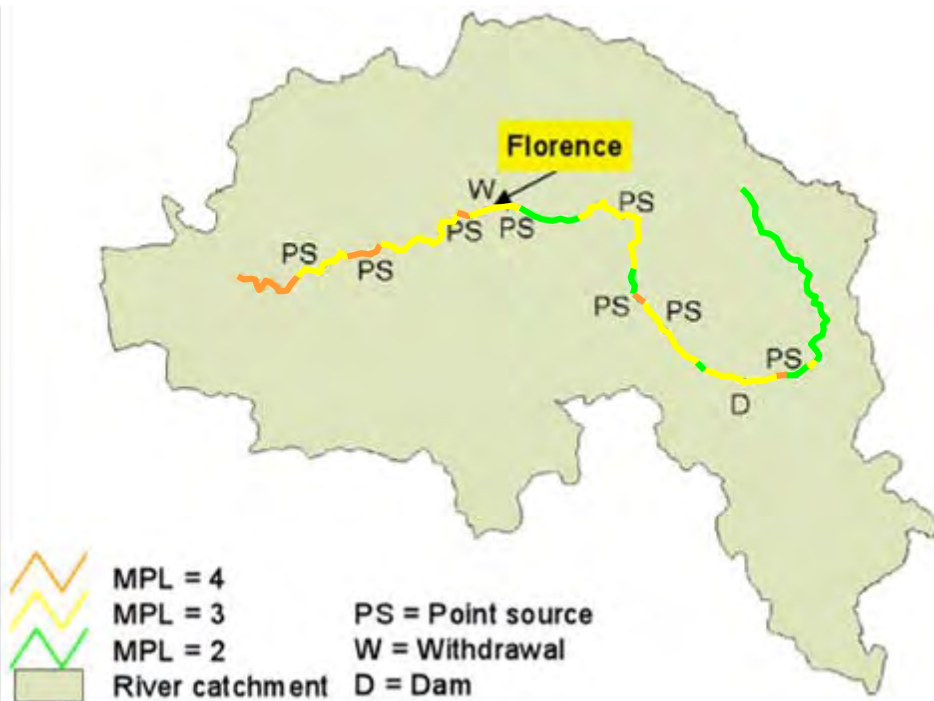
Integrazione di un modello di qualità nel DPSIR



Analisi di scenario del fiume Arno

Scenario di riferimento
(condizioni attuali)

Scenario perturbato
(+ 20% di carico inquinante)



tratto da:

Marsili-Libelli S., Betti F., Cavalieri S. (2004). **Introducing river modelling in the implementation of the DPSIR scheme in the Water Framework Directive**. Proc. 3rd IEMMS Conference, Osnabrück

Il lavoro completo è scaricabile dal sito <http://www.dsi.unifi.it/~marsili/recent.htm>

Modelli ambientali come bilanci

- Esprimono la conservazione della massa entro un particolare ecosistema (*sistema aperto*)



- Bilancio statico:**

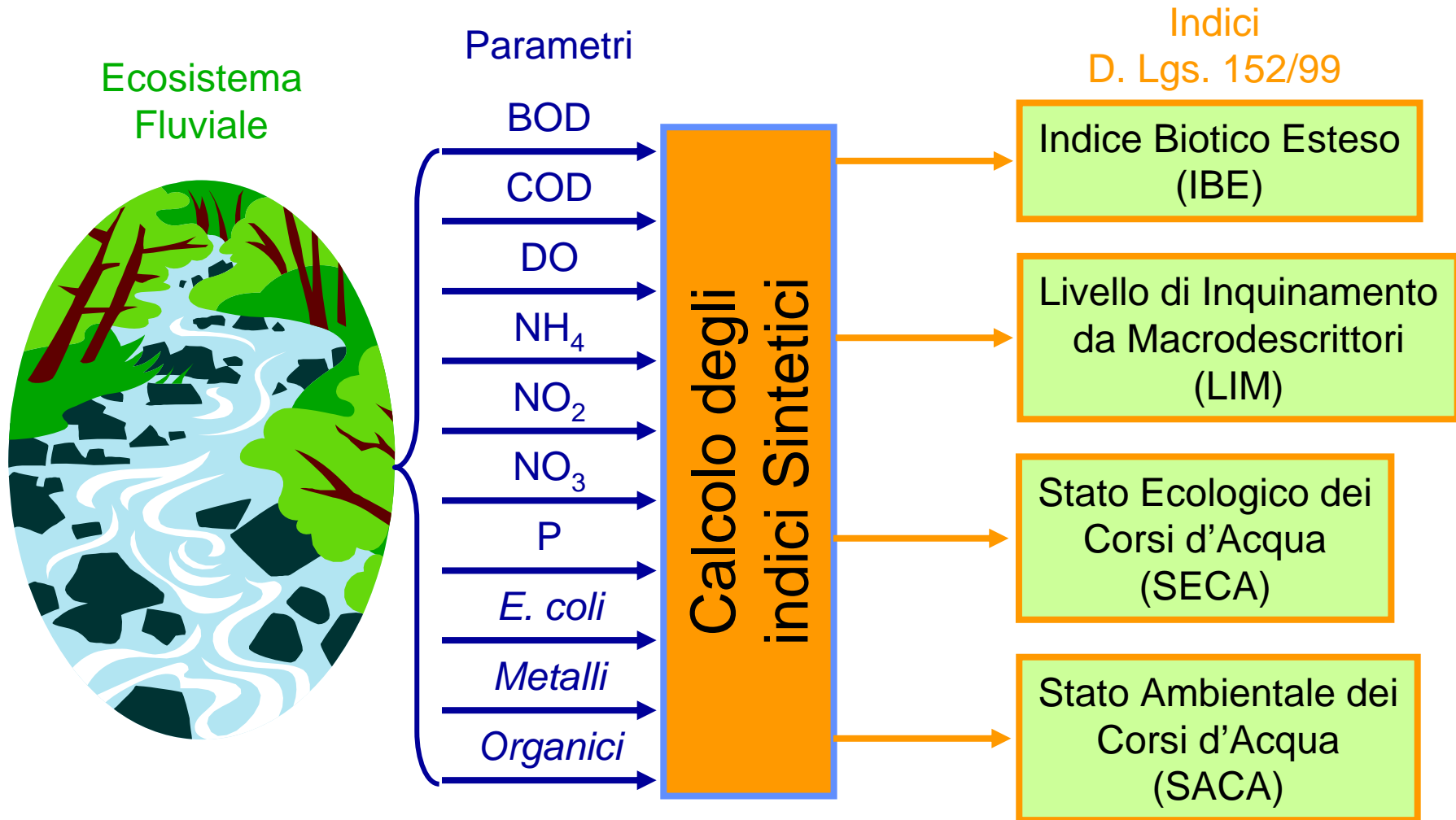
- ⇒ Pareggio fra masse entranti e uscenti (totale e per componenti) su un lungo periodo, tenendo conto delle trasformazioni interne

- Bilancio dinamico:**

- ⇒ Pareggio fra i *ratei* di massa entrante ed uscente (totale e per componenti), tenendo conto delle trasformazioni interne

Indici per i corpi idrici superficiali

- ☞ Necessità di sintetizzare la massa di dati analitici (parametri) in modo da estrarne informazioni significative



Bilanci fondamentali di un ecosistema

Bilancio Statico

Bilancio di massa

- ⇒ Il modello deve garantire la *conservazione* della massa

Bilancio di energia

- ⇒ Il modello deve tener conto delle *trasformazioni* di energia

Orizzonte lungo

Bilancio Dinamico

Variazioni nel tempo

- ⇒ Il modello descrive la *variazione* nel tempo delle variabili di stato, senza riferimento allo spazio

Variazioni spazio-temporali






- ⇒ Le *variazione* nel tempo e nello spazio sono collegate fra di loro

Orizzonte corto






Bilanci statici o dinamici?

 Non c'è contraddizione fra i due

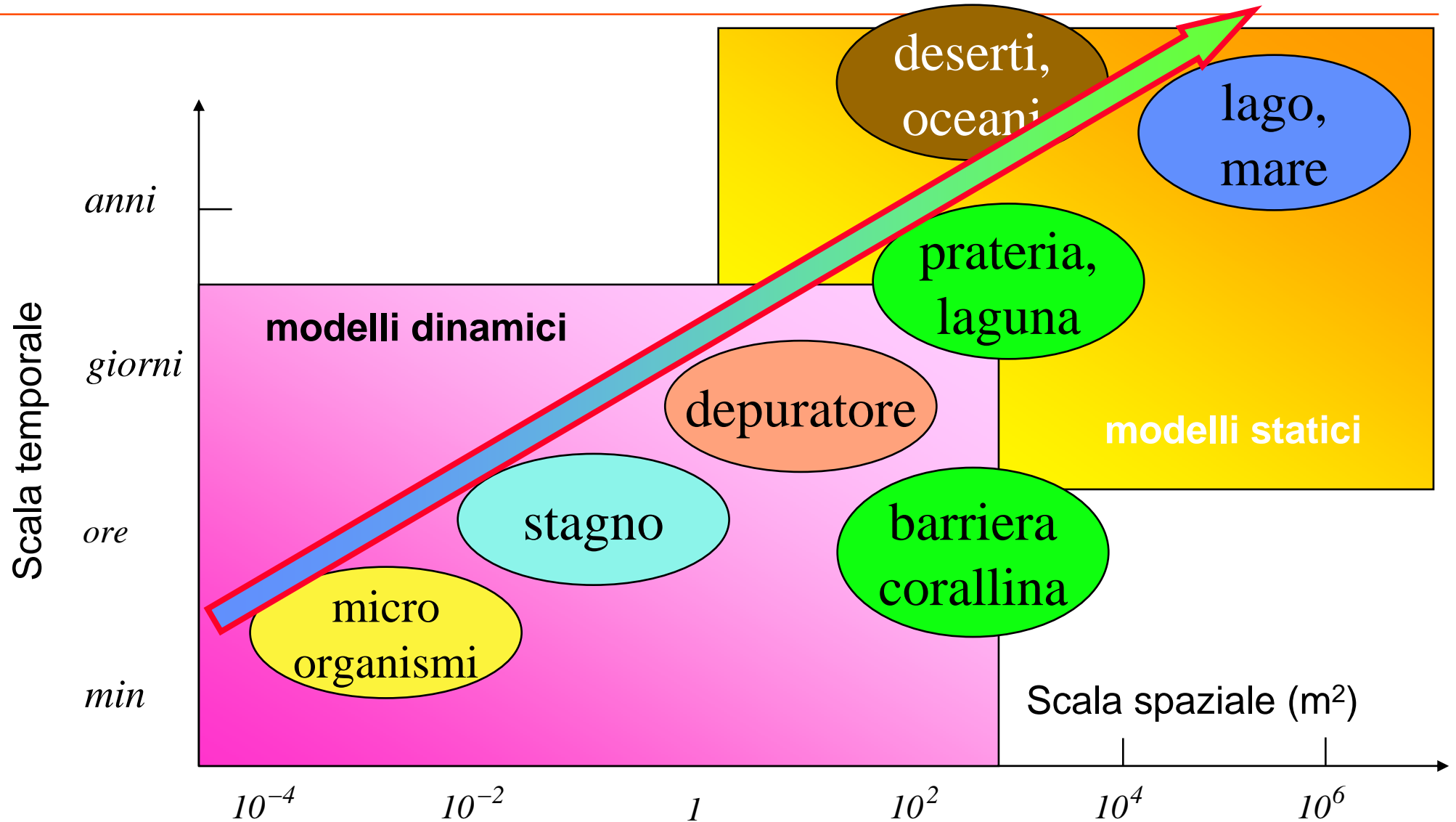
Bilanci statici

-  Orizzonte lungo
-  Minore dettaglio
-  Maggiore scala Spazio-Tempo
-  Minore informazione richiesta, perché aggregata
-  **Utili quando il sistema è quasi a regime**








Bilanci dinamici

-  Orizzonte corto
-  Maggiore dettaglio
-  Minore scala Spazio-Tempo
-  Maggiore informazione richiesta, perché disaggregata
-  **Necessari quando il sistema è soggetto a forti variazioni**

Scala spazio/tempo dei sistemi ambientali



Bibliografia

-  Athans, M., Dertouzos, M.L., Spann, R.N., Mason, S.J., *Systems, Networks, and Computation: multivariable methods*, McGra-Hill, 1974.
-  Casti, J., *Connectivity, Complexity and Catastrophes in Large Scale Systems*, Wiley IIASA, 1979.
-  Stephanopoulos “Introduzione ai modelli dinamici” Mc Graw Hill, 1994.
-  Ginzburg, L.R. e Golenberg, E.M., *Lectures in Theoretical Population Biology*, Prentice-Hall, 1985.
-  Renshaw, E., *Modelling Biological Populations in Space and Time*, Cambridge Univ. Press, 1991.
-  De Santo, R.S., *Concepts of Applied Ecology*, Springer Verlag, 1978.
-  S. Marsili-Libelli “Ecological Modelling” in *Computer Methods and Software for Simulating Environmental Pollution and its Adverse Effects* (P. Zannetti ed.) Computational Mechanics Press, 1993.